

第 1 章

株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略

通信教育プログラムの改定に伴い、従来の「株式ポートフォリオ戦略」は「株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略」となった。これまで2次レベルでは個別株式の銘柄評価は「コーポレート・ファイナンスと企業分析」で扱われていたが、アクティブ運用の個別銘柄選択と密接な「株式価値評価」に関する問題が出題されるようになった。一方、「株式ポートフォリオ戦略」では文字通り専らポートフォリオが扱われ、パッシブ運用とアクティブ運用に関する問題が並ぶ。とくにアクティブ運用については超過収益率（アルファ）の吟味が中心で、これは第VII章「パフォーマンス評価」と不可分。検定統計などの知識が必須となる。

基本的にはモダン・ポートフォリオ理論（MPT）に立脚しており、分散効果や市場ポートフォリオといった概念はやはり非常に重要なエッセンスである。とくに分散効果は国内株式の運用のみならず、国際証券投資やオルタナティブ投資を含めたアセット・アロケーション全体に通底した考え方であり、アナリスト試験全体の中心テーマのひとつであろう。

過去 5 回の出題論点

論 点	2020年	2021年	2022年	2023年	2024年	重要度
2パラメータ・アプローチ～CAPM					●	A
マーケット・モデル	●	●	●	●		A
マルチ・ファクター・モデル、APT	●	●	●	●	●	A
効率的市場仮説、アノマリー						B
株式ポートフォリオの運用						
アクティブ運用	●	●	●	●	●	A
パッシブ運用	●	●	●		●	A
株式価値評価モデル				●	●	A
売買執行のリスクとコスト			●	●	●	A

過去の出題内容

●2020年

〈午後〉

- 第6問 インデックス・ファンドの構築法、最適化（最適アクティブ比率）、ESGの是非、スタイル・ローテーション（ドリフト）、マーケット・モデルとファーマ=フレンチ・3ファクター・モデル
- 第8問 インデックス・ファンドの概要・支持される根拠、シャープ・レシオ、リスク・リターンの推計（過去の実績と将来の推計）

●2021年

〈午前〉

- 第6問 スマートベータ、最適化（最適アクティブ比率）、マーケット・モデルとカーハート4ファクター・モデル（モメンタム・ファクター）
- 第8問 トービンの分離定理

〈午後〉

- 第4問 投資信託、アクティブ戦略、分散投資の効果（市場リスクと非市場リスク）、アクティブ運用の基本法則
- 第5問 ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルとカーハート4ファクター・モデル

●2022年

〈午前〉

- 第6問 パッシブ運用、アクティブ運用、ボトムアップ・アプローチ、売買執行のコスト、バリュー・アット・リスク（VaR）
- 第7問 分散効果

〈午後〉

- 第5問 ポートフォリオのリターン・リスクの計算
- 第6問 ESG投資、区間推定
- 第7問 アクティブ・リターン間の相関

●2023年

〈午前〉

- 第5問 株式価値分析（残余利益モデル、配当割引モデル、多段階成長モデル）

〈午後〉

- 第3問 スタイル分析、仮説検定、スマートベータ、マーケット・モデルと3ファクター・モデル、VWAPギャランティ取引、マーケット・ニュートラル

●2024年

〈午前〉

- 第5問 パッシブ運用、インフォメーション・レシオ、スタイル分析、仮説検定、パッシブ・コア、売買執行コスト

〈午後〉

- 第3問 株式価値評価（残余利益モデル、配当割引モデル（定率成長モデル）、インプライド期待リターン、多段階成長モデル）

傾向と対策

この「証券分析とポートフォリオ・マネジメント」の中身は、「個別の証券の分析（証券分析）」と「ポートフォリオの組成・運用（ポートフォリオ・マネジメント）」から成り、従来の協会通信テキスト「株式ポートフォリオ戦略」は後者、つまり「ポートフォリオの組成・運用」に関する内容が大半だった。2022年から2次レベルも試験制度および通信教育プログラムが改定され、従来の「株式ポートフォリオ戦略」は「株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略」となった。この通信テキストの内容はまさにタイトル通りで、従来の「株式ポートフォリオ戦略」に「株式価値評価」が加わっている。個別銘柄や企業価値の評価は、2次レベルでは「コーポレート・ファイナンスと企業分析」で扱われていた分野だが、「証券分析とポートフォリオ・マネジメント」ではアクティブ運用の「個別銘柄選択」と密接である。協会通信テキストではそれなりに紙面を割き、本試験では2023年・2024年とも個別銘柄の「株式価値評価」に関する問題が出題されていることから、今後も一定のボリュームで出題が続くとみるべきだろう。

言うまでもなく、株式での資産運用に関しても個別銘柄の評価とポートフォリオの組成・運用というふたつの側面をもち、ポートフォリオの組成・運用はパッシブ運用とアクティブ運用に大別される。現物のアクティブ運用の場合、実際上は銘柄選択がかなりの比重を占め、ファンダメンタルズや企業価値を重視した個別銘柄の評価となると、これは本来「財務分析」と「コーポレート・ファイナンス」の方法論がフィットする。株式のみならず、そもそもこの「証券分析とポートフォリオ・マネジメント」が現代ポートフォリオ理論（MPT：Modern Portfolio Theory）にかなり強く依拠してきた経緯に鑑みれば、しばらくは「ポートフォリオの組成・運用（ポートフォリオ・マネジメント）」を中心とした出題が続くとみておくべきだろう。2008年以降の本試験問題を見る限り、アクティブ運用に関してはファクター・モデルを前提としたデータの読み取りと解釈の問題、パッシブ運用に関してはその合理性やインデックス・ファンドの構築方法、トラッキング・エラーの原因などについての問題が趨勢となっているようだ。とくにアクティブ運用では、シングルファクターのマーケット・モデルで観察される超過リターン（ α ）とファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルで観察される超過リターン（ α ）を比較して、超過リター

ンの源泉（スタイル）や運用の巧拙を吟味するパターンで一貫している。こういった問題の場合、回帰分析の結果の読み取りが必要で、t検定など検定統計の問題がつかまとう。アクティブ運用一般に関するトピックに加え、統計学の一通りの理解が必須であろう。

最近のちょっとした特徴は、ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルを拡張した「カーハート4ファクター・モデル」や、株式の運用に関して「スマートベータ」といったトピックが小問レベルで1～2問、割とコンスタントに問われている、といったところだろうか。いずれも「流行（はやり）」といった印象で、投資・運用上の理論としてとくに重要な何かがあるわけではなく、主力論点でもなさそうだ。

ポイント整理

1 シングル・ファクター・モデル

株式投資分析のみならず、ポートフォリオ・マネジメント全般に必要な基本ツールとして、平均・分散アプローチ、CAPM（資本資産評価モデル）、マーケット・モデルのシングル・ファクター・モデルを確認しておきたい。

(1) ポートフォリオの収益率

証券1、証券2の2銘柄からなるポートフォリオPの収益率を考える。証券1、証券2の収益率を、それぞれ、 R_1 、 R_2 とし、それぞれの証券への投資比率を w_1 、 w_2 とし、ポートフォリオPの収益率 R_P とすれば、

$$R_P = w_1 R_1 + w_2 R_2$$

$$\text{ただし、} w_1 + w_2 = 1$$

であるから、ポートフォリオPの期待収益率 $E[R_P]$ と収益率の分散 σ_P^2 は次のように表される。

Point 1.1.1a：ポートフォリオの収益率－期待収益率と分散－

① 期待収益率

$$E[R_P] = w_1 E[R_1] + w_2 E[R_2]$$

ポートフォリオの期待収益率

= (各証券への投資比率×各証券の期待収益率) の合計

② 分散

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \text{Cov}(R_1, R_2)$$

または、

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$

ただし、 $E[R_i]$ ：証券 i の期待収益率、

σ_i^2 ：証券 i の収益率の分散 ($i = 1, 2$)

$\text{Cov}(R_1, R_2)$ ：証券1と証券2の収益率間の共分散

ρ_{12} ：証券1と証券2の収益率間の相関係数

Point Check

1.1.1a <<1996.1.8>>

市場ポートフォリオが株式50%と債券50%とから成っており、それぞれの資産の収益率に関して次の表のように想定しているとき、市場ポートフォリオについて(1)期待投資収益率、(2)標準偏差を計算せよ（解答は%単位とし、必要があれば小数第3位を四捨五入せよ）。

図表

	期待投資収益率	収益率の標準偏差
株 式	0.085	0.063
債 券	0.046	0.056
株式と債券の相関係数：0.13		

Answer

(1) 6.55%

[計算過程]

$$0.5 \times 0.085 + 0.5 \times 0.046 = 0.0655 = 6.55 (\%)$$

(2) 4.48%

[計算過程]

$$\begin{aligned} & \sqrt{0.5^2 \times 0.063^2 + 0.5^2 \times 0.056^2 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.13 \times 0.063 \times 0.056} \\ & = 0.04478 \dots \approx 4.48 (\%) \end{aligned}$$

なお、一般に n 銘柄からなるポートフォリオの収益率については、証券 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の収益率を R_i とし、それぞれの証券への投資比率を w_i とすれば、ポートフォリオPの収益率 R_p は、

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_n R_n = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

$$\text{ただし、} w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \left(\sum_{i=1}^n w_i = 1 \right)$$

であり、ポートフォリオPの期待収益率と収益率の分散は次のように表される。

Point 1.1.1b：ポートフォリオの収益率－期待収益率と分散－

① 期待収益率

$$E[R_P] = w_1 E[R_1] + w_2 E[R_2] + \cdots + w_n E[R_n] = \sum_{i=1}^n w_i E[R_i]$$

ポートフォリオの期待収益率

= (各証券への投資比率×各証券の期待収益率) の合計

② 分散

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + \cdots + w_n^2 \sigma_n^2$$

$$+ 2 \left\{ \begin{array}{l} w_1 w_2 \text{Cov}(R_1, R_2) + w_1 w_3 \text{Cov}(R_1, R_3) + \cdots + w_1 w_n \text{Cov}(R_1, R_n) \\ + w_2 w_3 \text{Cov}(R_2, R_3) + \cdots + w_2 w_n \text{Cov}(R_2, R_n) \\ + \cdots \\ + w_{n-1} w_n \text{Cov}(R_{n-1}, R_n) \end{array} \right\}$$

$$= \sum_i^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{j=i+1}^n \sum_{i=1}^{n-1} w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$

または、

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + \cdots + w_n^2 \sigma_n^2$$

$$+ 2 \left\{ \begin{array}{l} w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + w_1 w_3 \rho_{13} \sigma_1 \sigma_3 + \cdots + w_1 w_n \rho_{1n} \sigma_1 \sigma_n \\ + w_2 w_3 \rho_{23} \sigma_2 \sigma_3 + \cdots + w_2 w_n \rho_{2n} \sigma_2 \sigma_n \\ + \cdots \\ + w_{n-1} w_n \rho_{n-1,n} \sigma_{n-1} \sigma_n \end{array} \right\}$$

$$= \sum_i^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{j=i+1}^n \sum_{i=1}^{n-1} w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

ただし、 $E[R_i]$ ：証券*i*の期待収益率 ($i = 1, 2, \dots, n$)、

σ_i^2 ：証券*i*の収益率の分散、

$\text{Cov}(R_i, R_j)$ ：証券*i*と証券*j*の収益率間の共分散

ρ_{ij} ：証券*i*と証券*j*の収益率間の相関係数

Point Check

1.1.1b <<2004.1.5>>

4つのファンドから構成されるポートフォリオについて、これら4つのファンドの期待収益率とポートフォリオが次の表のように与えられたとき、このポートフォリオの期待収益率を計算せよ。

ファンドのデータ及び各ファンドの構成比

ファンド	期待収益率（年率％）	構成比
A	4	43％
B	3	6％
C	8	37％
D	7	14％

Answer

5.84％

[計算過程]

$$0.43 \times 4 \% + 0.06 \times 3 \% + 0.37 \times 8 \% + 0.14 \times 7 \% = 5.84 \%$$

(2) 平均・分散アプローチ

Markowitzは、投資家のポートフォリオ選択の問題を、「選択しうるポートフォリオの中で効用を最大化するポートフォリオを選択する」問題として捉え、リターンとリスクを収益率の期待値と分散（ないしは標準偏差）で捉えることにした。

Point 1.1.2a：ポートフォリオのリターンとリスク

- ① リターン…ポートフォリオの期待収益率
- ② リスク……ポートフォリオの収益率の分散 or 標準偏差

1° このMarkowitz流の考え方は、平均・分散アプローチとか2パラメータ・アプローチと呼ばれるが、収益率の平均値から上下への散らばり（＝分散 or 標準偏差）をリスクと捉え

た点に特徴がある。アナリスト試験においては、原則としてこうしたリスク概念が前提とされるが、その他のリスク概念として、「ダウンサイド・リスク」への言及が求められる場合もある（第IV章 5 リスク管理）。

Point Check

1.1.2a <<1999.1.2>>

ポートフォリオのパフォーマンス比較を行うにあたり、ポートフォリオのリスクを収益率の分散（または標準偏差）で測ることに對して、「投資家の中には、最低限の収益率を確保することを最重要視し、その収益率を下回ることを極端に嫌がる投資家もいる」との批判を受けた。このような投資家を対象としたポートフォリオのパフォーマンス比較を行う場合、リスクをどのように評価する考え方があるか。

Answer

投資リスクのうちダウンサイド・リスクを考慮する考え方がある。収益率の標準偏差や分散は、平均からの上方への乖離と下方への乖離を対称的に扱うが、ダウンサイド・リスクでは、ある最低限の収益率を下回る収益率のみを対象に、リスクを算出する。

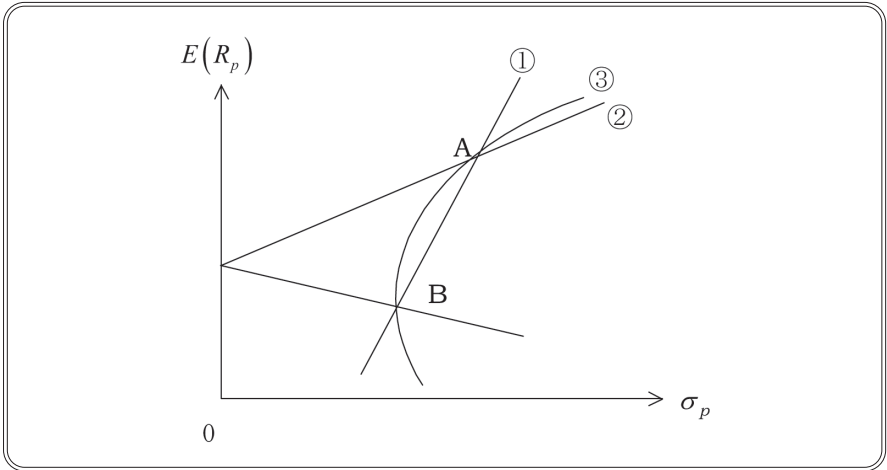
Markowitzの平均・分散アプローチによった場合、「選択可能なポートフォリオのリターン・リスクの組合せ」は投資機会集合と呼ばれる。

2 危険資産 A、B の収益率間の相関係数 ρ_{AB} の値次第で、投資機会集合は、

- ① 正の完全相関 ($\rho_{AB} = 1$) …直線
- ② 負の完全相関 ($\rho_{AB} = -1$) …折れ線
- ③ それ以外 ($-1 < \rho_{AB} < 1$) …双曲線

となり、2 証券 A、B に投資した場合の投資機会集合は次のように表せる。

Point 1.1.2b：投資機会集合—相関係数との関係



1° それぞれの証券に正の比率で投資した場合を考える。

①正の完全相関 ($\rho_{AB} = 1$) であるときは、

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\sigma_A\sigma_B \\ &= (w_A\sigma_A + w_B\sigma_B)^2\end{aligned}$$

すなわち、

$$\sigma_P = w_A\sigma_A + w_B\sigma_B$$

となり、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）は、各資産の投資比率をウェイトとする加重平均として計算される。

②負の完全相関 ($\rho_{AB} = -1$) あるいは③それら以外の場合、相関係数が+1.0より小さい ($\rho_{AB} < 1$) から、

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B < w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_Aw_B\sigma_A\sigma_B \\ \sigma_P &< w_A\sigma_A + w_B\sigma_B\end{aligned}$$

となる。

このように、正の完全相関以外の場合に、各証券に正の比率で投資すれば、各証券の投資比率をウェイトとする加重平均値未満にすることができる。このことをポートフォリオ効果（分散効果）という。

Point Check

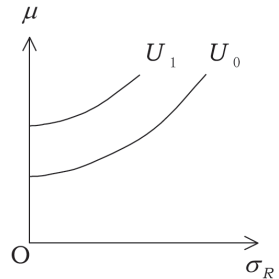
1.1.2b <<1996.1.4>>

ポートフォリオを構築することによって、個別資産のみの投資からでは得られないいくつかの効果（ポートフォリオ効果）を期待できる。ポートフォリオのリスクという観点からどのような効果が期待できるかを簡潔に説明しなさい。

Answer

相関係数が+1.0であるときは、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）は、各資産の投資比率をウェイトとする加重平均として計算される。また、相関係数が-1.0であるときは、市場ポートフォリオのリスク（標準偏差）をゼロにすることができる。

投資家の選好は無差別曲線で表される。平均・分散アプローチの下では、投資家の無差別曲線は、効用の等しいリターンとリスクの組合せを表す。通常、投資家はリスク回避的であると仮定されるため、右図のような右上がりの無差別曲線が描かれ、左上に位置する無差別曲線ほど効用水準は高い。



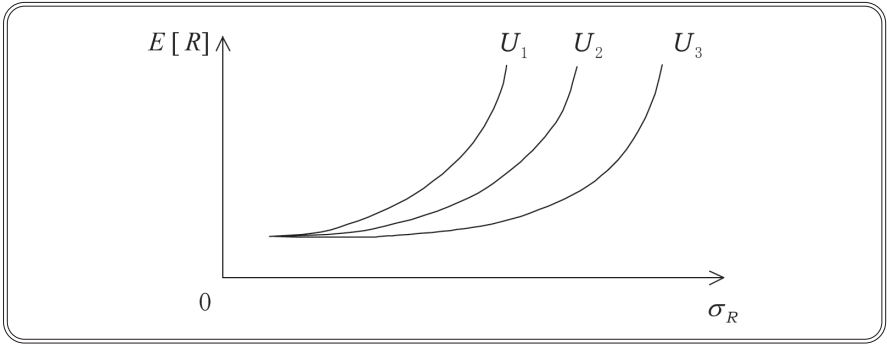
さらに、投資家の効用関数を特定する場合によく用いられるものとして、次のようなものがある。

$$U = \mu - \frac{\sigma^2}{2\tau} \quad \text{あるいは} \quad U = \mu - \frac{1}{2}\lambda\sigma^2$$

ただし、 U ：投資家 i の期待効用、 τ ：投資家 i のリスク許容度、 λ ：投資家 i のリスク回避度。

投資家の無差別曲線の形状は、リスク許容度（回避度）次第で異なるものになる。

Point 1.1.2c : 無差別曲線—リスク許容度 (回避度) との関係



1° リスク許容度の大きい (リスク回避度の小さい) 投資家の無差別曲線のほうが、リスクの増加に対して効用を維持するために補償されなければならないリターンが大きさが小さい分だけ、より傾きが緩やかになる。この点は、上の効用関数で、効用を $U_i = \bar{U}_i$ に固定すれば、無差別曲線が得られ、

$$\mu = \frac{\sigma^2}{2\tau} + \bar{U}_i \quad \text{あるいは} \quad \mu = \frac{1}{2}\lambda\sigma^2 + \bar{U}_i$$

と変形できるから、分散を固定すれば、リスク許容度の大きい (リスク回避度の小さい) 投資家ほど、無差別曲線の傾きが緩やかになる。

2° 投資家の無差別曲線の形状を決めるのはリスク許容度 (回避度) である。

- ①年齢が若いほど、
- ②(金融資産以外の) 収入が多いほど、
- ③必要な支出が少ないほど、

一般には、リスク許容度が大きい (リスク回避度が小さい) と考えられる。

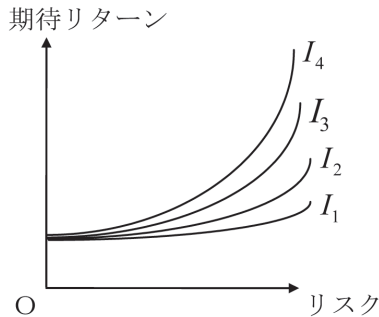
Point Check (1.1.2c) <<1996.1.5>>

次の4人の投資家を考える。

- A 年齢65歳の元大学教授 (独身、主たる収入源は大学勤務時代に掛けてあった共済年金)
- B 若手の弁護士 (未婚、賃貸マンション住まい)

- C 壮年の会社役員（専業主婦の妻と高校生の子供 2 人あり）
 D 若年の会社経営者（妻も仕事あり、子供なし）

次の 4 つの異なる無差別曲線はどの投資家の無差別曲線と考えられるか。



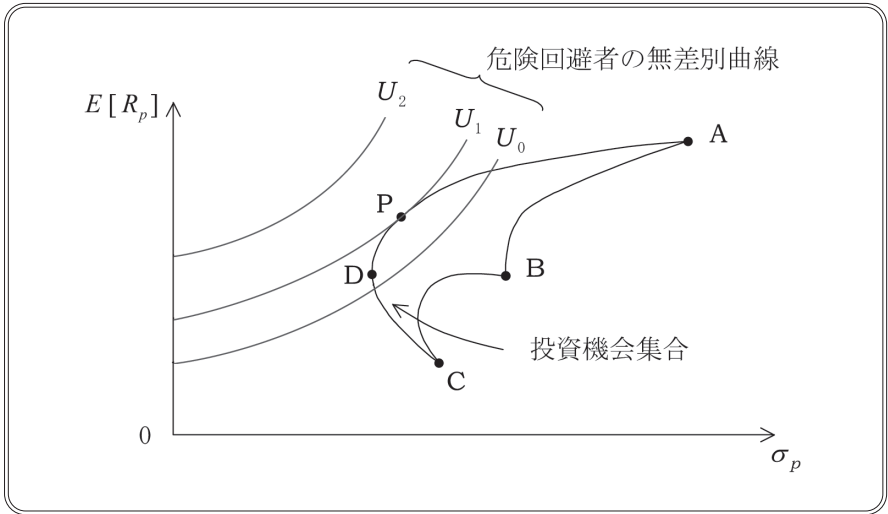
Answer

- A 元大学教授の収入は固定されているが、額はそれほど大きくないと想定され、また、年齢も高いから、最もリスク許容度の小さい I_4 と考えられる。
 B 若手弁護士は、年齢も若く、独身であるから、最もリスク許容度が大きい I_1 と考えられる。
 C 壮年の会社役員は、B、D に比べ年齢も高く、また、家族に対する責任を持つことから、やや保守的にならざるを得ず、 I_3 と考えられる。
 D 若年の会社経営者は、年齢も若く、かなりのリスクをとろうとすると考えられる。ただ、B と比べ、家族に対する責任がある分だけ保守的であるとすると、 I_2 と考えられる。

投資家にとって「選択しうるポートフォリオの中で効用を最大化するポートフォリオ」を最適ポートフォリオといい、効率的フロンティアと無差別曲線の接点で与えられる。

リスク資産のみからなるポートフォリオのケースでは次のように描ける。

Point 1.1.2d : 最適ポートフォリオ (リスク資産のみのケース)



- 1° 投資機会集合の上側のへり (曲線APD) は、この場合の効率的フロンティア (有効フロンティア) であり、最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線の接点Pである。
- 2° 投資機会集合の最も左側のポートフォリオDは、とくに**最小分散ポートフォリオ** (mvp : minimum variance portfolio) と呼ばれる。

Point Check

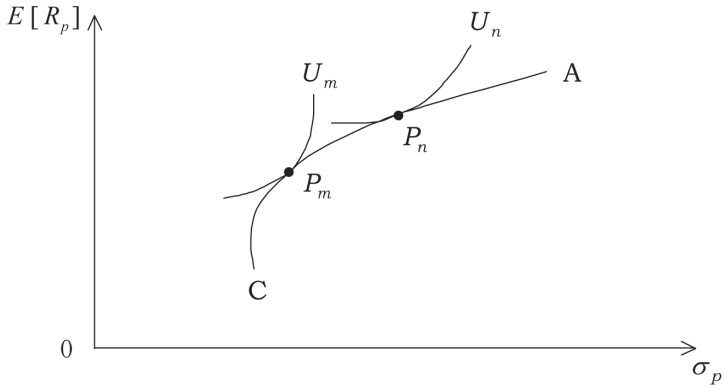
1.1.2d <<1996.1.6>>

リスク許容度が異なる2人の危険回避的な投資家が存在するものとする。投資対象が危険資産のみとして、この2人が全く同一の最適ポートフォリオを選択するか否か、説明せよ。

Answer

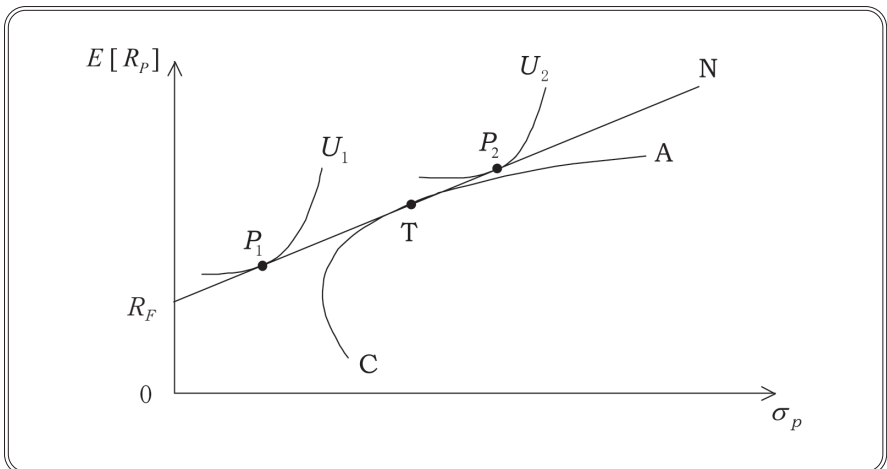
- 2人が、同一の最適ポートフォリオを選択するとは限らない。
- 第1に、各資産についてのリスク・リターンの予想が異なれば、異なった効率的フロンティアに直面する。
- 第2に、同じくリスク回避的といっても投資家の選好は異なる (無差別曲

線の形状は異なっている) のが通常である。



投資対象に安全資産が含まれる場合の最適ポートフォリオは次のように描ける。

Point 1.1.2e : 最適ポートフォリオ (安全資産を含むケース)



1° 安全資産利率が R_F で、危険資産だけからなる投資機会集合の最小分散境界が曲線ATCのとき、効率的フロンティア (有効フロンティア) は直線 R_FTN である。無差別曲線 U_1 で

表される投資家の最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線 U_1 との接点 P_1 であり、無差別曲線 U_2 で表される投資家の最適ポートフォリオは、効率的フロンティアと無差別曲線 U_2 との接点 P_2 である。

2° この図からもわかるように、安全資産と投資機会集合が与えられれば、投資家の無差別曲線の形状にかかわらず、危険資産の組合せとしては接点ポートフォリオ T を選び、投資家の無差別曲線の形状は危険資産と安全資産の比率の決定にだけ影響を与えることがわかる。この性質を**分離定理**と呼ぶ。

なお、危険資産の最適な組合せである接点ポートフォリオ T の決定は、

$$\text{シャープ・レシオ} = \frac{\text{期待収益率} - \text{無リスク利率}}{\text{標準偏差}}$$

を最大にするように行えばよい。

Point Check

1.1.2e <<1996.1.7>>

安全資産の導入によって、最適ポートフォリオ決定がどのようになるか説明し、あわせて分離定理についても言及せよ。

Answer

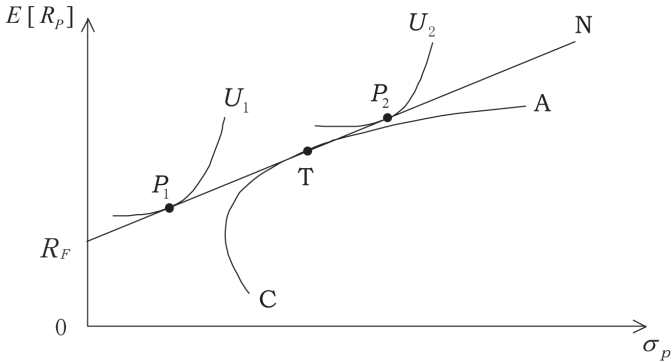
安全資産の導入により、効率的フロンティア上に危険資産のみからなる最適危険資産ポートフォリオが接点ポートフォリオとして決まる。この最適危険資産ポートフォリオは投資家の効用とは独立に決定される。このような最適危険資産ポートフォリオの決定と、危険資産と安全資産の組合せ比率の決定は分離して考えられることを（トービンの）分離定理（separation theorem）という。

(3) 資本資産評価モデル（CAPM）

Sharpeらによる資本資産評価モデル（CAPM）は、平均・分散アプローチに従う危険回避的な投資家たちが合理的な投資行動をとった場合、市場均衡において成立するリスクとリターンとの関係を示すものである。

Sharpe-Lintner型のCAPMは、同一利子率で貸借可能な安全資産が存在し、投資家のリスク資産の収益率に関する予想が同一である（同質的期待の仮定）、等の仮定の下で導かれる。

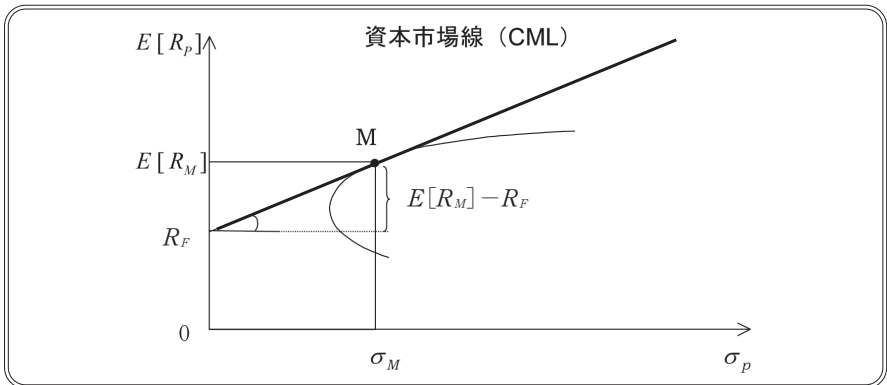
このとき、各投資家は安全資産と接点ポートフォリオTを保有することになる。



市場均衡においては、この接点ポートフォリオTは市場ポートフォリオと呼ばれる。つまり、市場ポートフォリオは、市場均衡において、すべての危険資産をその時価総額のウェイトで含むポートフォリオである。

このとき、市場ポートフォリオをMで表せば、すべての投資家が保有するポートフォリオのリスク・リターンの関係は、次の資本市場線で表される。

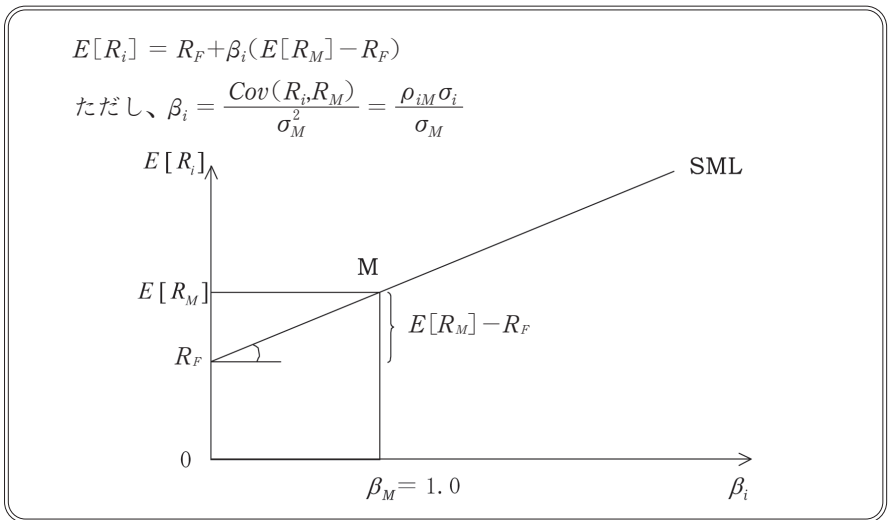
Point 1.1.3a : 資本市場線



Sharpe-Lintner型のCAPMの下で、すべての投資家はそのリスク許容度に応じて、資本市場線上のポートフォリオを選択する。ただし、これはその投資家の資産全体からなるポートフォリオがこの資本市場線上にあることを示すものであって、個別証券（ポートフォリオ）のリターン・リスクの関係を示すものではない。

個別証券（ポートフォリオ）のリターン・リスクの関係は、ベータというリスク概念を用いることによって示される。

Point 1.1.3b : Sharpe=Lintner型CAPM（証券市場線）



1° Sharpe=Lintner型CAPMは超過収益率の形

$$E[R_i] - R_F = \beta_i(E[R_M] - R_F)$$

に変形できるので、CAPMの結論は、各証券間の収益率の格差はその証券の市場関連リスクを示すベータのみによって説明可能とするものである。そこで、CAPMが成立しているかどうかを検証するための1つの方法としては、各証券（ポートフォリオ）の超過収益率を被説明変数とし、ベータおよび他の変数（PER、PBR、時価総額など）を説明変数とする回帰モデルによって分析する。CAPMが成立していれば、ベータの係数のみが統計的に有意であり、定数項およびベータ以外の変数は統計的に有意ではないはずであるが、多くの実証研究では、CAPMの成立は否定される。

Point Check

1.1.3b(1) <<2006.2.7>>

2つの業種インデックスの属性について、次のようなデータが得られているとする。

業種名	β 値	期待収益率
X	1.08	(1)
Y	0.78	(2)

無リスク利率は1%、市場ポートフォリオの期待収益率は6%として、業種インデックスの期待収益率を求めなさい。

Answer

(1) 6.4%

(2) 4.9%

[計算過程]

CAPM によれば、

期待収益率 = 無リスク利率 + β 値

× (市場ポートフォリオの期待収益率 - 無リスク利率)

業種 X : $1\% + 1.08 \times (6\% - 1\%) = 6.4\%$

業種 Y : $1\% + 0.78 \times (6\% - 1\%) = 4.9\%$

Point Check

1.1.3b(2) <<1999.1.2>>

株式収益率から安全資産収益率を差し引いた超過収益率を被説明変数とした回帰分析を行い、次の表のとおり結果を得た。この結果から、CAPMの有効性について評価せよ。

[図表]

説明変数	係数の推定値
定 数 項	0.05 (0.53)
P E R	0.16 (2.67)
売上高経常利益率	1.61 (3.01)
ベ ー タ	2.16 (3.12)
前月リターン	0.12 (3.58)

() 内の値はt値

Answer

CAPMのみによって収益率の変動を説明するには無理がある、と考える。

回帰分析結果から判断すると、定数項の係数の推定値のt値が小さい点、ベータのt値が大きい点はCAPMと矛盾しないが、PER、売上高経常利益率、前月リターンの係数の推定値のt値が大きく、これらの変数も株式収益率に有意な影響を与えていることが示されており、CAPMと矛盾する。

note

回帰係数の仮説検定を行う場合 t 検定が用いられる。簡略な方法としては、臨界値を2.0として、

t 値 (の絶対値) ≥ 2.0 …統計的に有意である

t 値 (の絶対値) < 2.0 …統計的に有意でない

と判定すればよい (後述、統計付録Point A3.3参照)。

このため、本問では、 t 値が2.0より小さい定数項については有意でないと判断し、 t 値が2.0以上のPER、売上高経常利益率、ベータ、前月リターンについては有意であると判断している。

(4) マーケット・モデル (市場モデル)

各証券の収益率を市場収益率によって説明しようとする確率モデルがマーケット・モデル (市場モデル) である。

マーケット・モデルは、

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$$

ただし、 R_i : 証券 i の収益率、 R_M : 市場収益率、

α_i, β_i : 証券 i に固有の定数、 e_i : 攪乱項

で表される。ここで、

①攪乱項の期待値は0

$$E[e_i] = 0$$

②市場収益率と攪乱項は互いに無相関

$$\text{Cov}(R_M, e_i) = 0$$

③異なる銘柄の攪乱項は互いに無相関

$$\text{Cov}(e_i, e_j) = 0 \quad (i \neq j)$$

と仮定する。

以上の仮定の下で、マーケット・モデルについては、次の点を確認しておきたい。

Point 1.1.4：マーケット・モデルにおける各証券のリターンとリスク

① 期待収益率

$$E[R_i] = \alpha_i + \beta_i E[R_M]$$

② 分散

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{e_i}^2$$

総リスク＝システムティック・リスク＋アンシステムティック・リスク

- 1° 銘柄数を増やす（＝分散投資が進む）ことにより、アンシステムティック・リスクはゼロに近づく。
- 2° 「総リスクに占めるシステムティック・リスクの割合」は市場指標の収益率を説明変数とした回帰分析において得られる**決定係数**（ R^2 ）で表される。決定係数（ R^2 ）は、本来は、回帰分析におけるモデルの当てはまり具合（説明力）を表す数値であるが、マーケット・モデルの文脈では、「分散投資の度合い（程度）」を表す数値とみることができる。

Point Check

1.1.4(1) <<2005.1.3>>

ベータが0.85の小型株ファンドのトータル・リスクが22.0%（年率標準偏差）とする。このトータル・リスクを市場リスクと非市場リスクに分解して、年率標準偏差（%）で表しなさい。なお、TOPIXの標準偏差は20.0%である。

Answer

市場リスク：17.0%、非市場リスク：14.0%

[計算過程]

小型株のトータル・リスク（分散）は、

$$\underbrace{\sigma_{\text{小型株}}^2}_{\text{トータル・リスク}} = \underbrace{\beta_{\text{小型株}}^2 \sigma_{\text{TOPIX}}^2}_{\text{市場リスク}} + \underbrace{\sigma_{e_{\text{小型株}}}^2}_{\text{非市場リスク}}$$

$$22.0^2 = 0.85^2 \times 20.0^2 + \sigma_{e_{\text{小型株}}}^2$$

と分解できる。これから、

$$\text{市場リスク (標準偏差)} = \beta_{\text{小型株}} \sigma_{\text{TOPIX}} = 0.85 \times 20.0 = 17.0 (\%)$$

非市場リスク (標準偏差)

$$\sigma_{e_{\text{小型株}}} = \sqrt{\sigma_{\text{小型株}}^2 - \beta_{\text{小型株}}^2 \sigma_{\text{TOPIX}}^2} = \sqrt{22.0^2 - 0.85^2 \times 20.0^2} = 13.96 \dots \approx 14.0 (\%)$$

Point Check

1.1.4(2) <<2008.2.5>>

図表 1 は、60カ月の月次データについて、あるファンド・マネージャーが運用する株式ポートフォリオPの（短期金利に対する）超過リターンを TOPIX の超過リターンに回帰した結果を示している。また、図表 2 は t 分布表である。

図表 1 回帰分析の結果

説明変数	係数	標準誤差	t 値	有意確率 (p 値)
定数項 (切片)	-0.648	0.389	-1.668	0.101
説明変数	1.583	0.094	12.530	0.000

図表 2 t 分布表

自由度	a	.250	.200	.150	.100	.050	.025	.010	.005	.0005
	2a	(.500)	(.400)	(.300)	(.200)	(.100)	(.050)	(.020)	(.010)	(.0010)
50		0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
51		0.679	0.849	1.047	1.298	1.675	2.008	2.402	2.676	3.492
52		0.679	0.849	1.047	1.298	1.675	2.007	2.400	2.674	3.488
53		0.679	0.848	1.047	1.298	1.674	2.006	2.399	2.672	3.484
54		0.679	0.848	1.046	1.297	1.674	2.005	2.397	2.670	3.480
55		0.679	0.848	1.046	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668	3.476
56		0.679	0.848	1.046	1.297	1.673	2.003	2.395	2.667	3.473
57		0.679	0.848	1.046	1.297	1.672	2.002	2.394	2.665	3.469
58		0.679	0.848	1.046	1.296	1.672	2.002	2.392	2.663	3.466
59		0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.001	2.391	2.662	3.463
60		0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460

- (1) ポートフォリオPのベータの推定値はいくらか。また、この推定値からポートフォリオPについてどんなことが言えるか。
- (2) 標準誤差について説明せよ。
- (3) ポートフォリオPのベータ値について、信頼係数 95%の信頼区間を求

めよ。

- (4) 回帰式の定数項が0に等しいという帰無仮説を有意水準5%で検定せよ。
 (5) (4)の検定結果から、ポートフォリオPのマネジャーの運用スキルについてどんな判断をするか説明せよ。

Answer

- (1) ベータの推定値は1.583。マーケット・リスクへのエクスポージャーを市場ポートフォリオより高くとした積極的なポートフォリオと言える。
 (2) (定数項や回帰係数などの) モデルのパラメーター(母数)に対する推定量の標準偏差のことである。この値が小さいほど、パラメーター推定の推定精度が高いことになる。
 (3) 自由度 $T-2=58$ の t 分布の上側 2.5% 点 $t_{0.025}(58)$ を t 分布表から求めると 2.002 である。 β の推定値を $\hat{\beta}$ 、標準誤差を $SE(\hat{\beta})$ とすると、 β に対する信頼係数 95% の信頼区間は

$$\begin{aligned} & [\hat{\beta} - t_{0.025}(58) \times SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + t_{0.025}(58) \times SE(\hat{\beta})] \\ & = [1.583 - 2.002 \times 0.094, 1.583 + 2.002 \times 0.094] \approx [1.395, 1.771] \end{aligned}$$

となる。

- (4) 図表1から定数項の有意確率 (p 値) は 0.101 と有意水準の 5% を上回るため、帰無仮説は棄却されない。
 (5) ポートフォリオPの過去5年のリターンに正または負のアルファがあるとは言えない。つまり、ポートフォリオPのマネジャーの運用スキルは市場以上とも市場以下とも言えない。

note

- (1) 図表1の回帰分析は、株式ポートフォリオPの短期金利に対する超過リターン($R_P - R_F$)を被説明変数、TOPIXの短期金利に対する超過リターン($R_M - R_F$)を説明変数とした以下のような単回帰モデルに基づいている。

$$R_P - R_F = \alpha + \beta(R_M - R_F)$$

定数項(α)、回帰係数(β)はそれぞれ -0.648 、 1.583 と推定されており、「回帰分析の結果」を式で書くと以下ようになる(カッコ内は t 値)。

$$R_P - R_F = \underset{(-1.668)}{-0.648} + \underset{(12.530)}{1.583}(R_M - R_F)$$

- (4) 定数項 α の推定値は自由度58(=60-1-1)の t 分布に従う。帰無仮説 $\alpha = 0$ に対し両側検定を行う場合、有意水準5%(両側)の臨界値は図表2から ± 2.002 である。図表1から定数項の t 値は -1.668 であり、帰無仮説は棄却されない。

※ 自由度=サンプル数-説明変数の数-1

Point Check

1.1.4(3) <<1999.1.2>>

A、B2つのポートフォリオの収益率をマーケット・ポートフォリオに回帰したところ、回帰分析の結果は以下のとおりであった。

$$R_A - R_F = 0.09 + 0.65(R_M - R_F) \quad \text{決定係数} = 0.79$$

(1.24) (4.75)

$$R_B - R_F = -0.49 + 1.35(R_M - R_F) \quad \text{決定係数} = 0.38$$

(-2.71) (3.46)

ただし、 R_A 、 R_B 、 R_M 、 R_F は、それぞれAポートフォリオ、Bポートフォリオ、マーケット・ポートフォリオ、安全資産の収益率、()内の値は t 値を示す。

回帰分析の結果から、両ポートフォリオの分散投資の度合いを比較せよ。

Answer

分散投資の度合いは、回帰分析から得られる決定係数(総リスクのうちシ

ステマティック・リスクの割合)によって示すことができる。回帰分析結果から、A、Bポートフォリオの決定係数は、それぞれ、0.79、0.38である。Aポートフォリオはリスクのうち8割近くがシステムティック・リスクで、かなり分散化されている。これに対し、Bポートフォリオはシステムティック・リスクの割合は4割程度であり、分散化の度合いは低い。

Point Check

1.1.4(4) <<2010.2.7>>

個々のファンドについて、TOPIXに対する超過リターンを計算して、TOPIXとの間に統計的に有意なリターンの差があるかどうかを調べたい。

- (1) 両側検定を行う場合の帰無仮説と対立仮説が何であるか説明しなさい。
- (2) あるファンドAについて計算したところ、過去5年の月次超過リターンの標本平均は0.38%、標本標準偏差は1.24%であった。このファンドとTOPIXのリターンの間に有意な差があるといえるか仮説検定しなさい。なお、有意水準は5%とし、添付の*t*分布表を利用すること。

TOPIXに対する超過リターンの分析では、ファンド間の市場エクスポージャー(ベータ)の違いを無視することになる。これを補完するために、マーケット・モデルを用いた回帰分析を行ったところ、ファンドAについて次の結果を得た。

$$R_{A,t} - r_{f,t} = 1.960 + 1.350(R_{M,t} - r_{f,t}) \quad R^2 = 0.78$$

(1.296)(8.783)

ただし、 $R_{A,t}$ はファンドAのリターン、 $r_{f,t}$ はリスクフリー・レート、 $R_{M,t}$ はTOPIXのリターンで、各変数の下添字の*t*はリターンを測定した月を表している。また、リターンはすべて%表示で、カッコ内は*t*値である。

マーケット・モデルによるアルファの有意性検定と、超過リターンの有意性検定の関係について、以下の問いに答えなさい。

- (3) 有意水準5%を前提にすると、ファンドAのアルファは有意にゼロでないとは言えない。その統計的根拠を示しなさい。
- (4) *t*分布表を使って、ファンドAのアルファの有意確率(*p*値)を求めなさい。

t 分布表（上側確率ポイント）

自由度	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259
110	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213
120	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174

※表の読み方：例えば、自由度10の t 分布の上側5パーセント・ポイントは1.8125である。

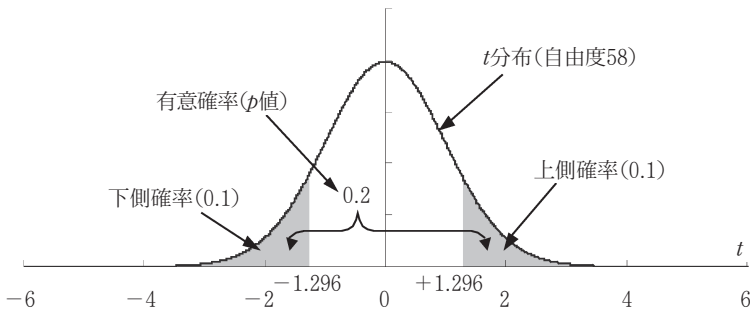
Answer

- (1) ・帰無仮説：ファンドのTOPIXに対する超過リターンの期待値はゼロである。（ファンドとTOPIXのリターンの間に有意な差はない）
 ・対立仮説：ファンドのTOPIXに対する超過リターンの期待値はゼロと異なる。（ファンドとTOPIXのリターンの間に有意な差が存在する。）
- (2) (1)の帰無仮説に関して、 t 値 = $\frac{(0.38-0) \times (5 \times 12)}{1.24 \times \sqrt{5 \times 12}} \approx 2.37$ と計算される。
- 自由度 = $5 \times 12 - 1 = 59$ なので60で近似すると有意水準両側5%（分布表の上側確率ポイントは0.025）の臨界値2.00が得られ、 t 値=2.3738は棄却域に収まる。したがって、帰無仮説は棄却、対立仮説が採択され、ファンドAとTOPIXのリターンの間に有意な差があるといえる。
- (3) ファンドAのアルファは1.960で t 値は1.296である。これは有意水準両側5%の臨界値2.00を下回り、棄却域に収まらない。したがって、「ファンドAのアルファはゼロである」という仮説を棄却できない。
- (4) アルファの有意確率（ p 値）は、 t 分布表より約20%である。

note

(4)：有意確率 (p 値) は検定結果を示すとき有意水準をどのような値にすれば検定結果が「有意」になるかを示す。ファンドAのアルファは1.960で t 値は1.296なので、自由度60で臨界値が1.296を下回る上側確率 (有意水準) は0.1、ここでは両側検定なので有意確率は0.2となる。

この問題では、自由度58の t 分布において、 t 値=1.296が得られているから、両側検定であることに注意すると、有意確率 (p 値) は次のグラフのシャドー部分である。



ここで、シャドー部分の確率は t 分布表から読み取る。自由度58は自由度60で近似すると、1.296にはぼなるのが上側確率ポイント0.1 (=10%) の点であることが分かる。両側検定を行っているので、片側確率 (0.1) に対し両側確率 $0.1 \times 2 = 0.2$ が求められる有意確率 (p 値) となる。

2 マルチファクター・モデル

CAPM（資本資産評価モデル）やマーケット・モデルは、1つのファクターである証券（ポートフォリオ）の収益率を説明しようとするものであったが、複数のファクターで説明しようとするのがマルチファクター・モデルである。

マルチファクター・モデルについては、S. Rossによる裁定価格理論（APT）を中心に整理しておきたい。

(1) マルチファクター・モデルの基本

いま、ある証券 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の収益率を R_i とし、この証券の収益率が各証券にも共通の k 個のファクターである F_j ($j = 1, 2, \dots, k$) の1次関数として、

$$R_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_k + e_i$$

ただし、 a_i ：証券 i に固有の定数

b_{ij} ：証券 i の第 j 共通ファクターに対する感応度（エクスポージャー）

e_i ：証券 i に固有の攪乱項（期待値0）

で表されるものとする。

これらの証券からなるポートフォリオの収益率 R_P は、

$$\begin{aligned} R_P &= w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_nR_n = \sum_{i=1}^n w_iR_i \\ &= \sum_{i=1}^n w_i(a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_k + e_i) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i(a_i + e_i) + \sum_{j=1}^k (w_1b_{1j} + w_2b_{2j} + \dots + w_nb_{nj})F_j \end{aligned}$$

で表せるから、このポートフォリオの j 番目のファクターに対する感応度 b_{Pj} は次のように表せる。

Point 1.2.1a：ポートフォリオのファクター感応度

$$\begin{aligned} b_{Pj} &= w_1b_{1j} + w_2b_{2j} + \dots + w_nb_{nj} = \sum_{i=1}^n w_ib_{ij} \\ &= (\text{各証券への投資比率} \times \text{ファクター感応度}) \text{の合計} \end{aligned}$$

Point Check

1.2.1a <<1997.1.2>>

マルチファクター・モデルによって各社の株式について分析した。X社とY社の株式については、あるファクターに対するエクスポージャーが、それぞれ、0.92と1.12であった。

自己資金をX社とY社の株式に投資して、このエクスポージャーが1となるようなポートフォリオを作成するためにはX社とY社にどのような割合で資金を配分すればよいか。

Answer

X : 60%、Y : 40%

[計算過程]

X社への投資比率を w とすると、

$$0.92w + 1.12(1 - w) = 1$$

$$w = 0.6$$

マルチファクター・モデルを仮定して回帰分析を行う場合、説明変数を何にするかが問題となる。

Point 1.2.1b(1) : マルチファクター・モデルの回帰分析と説明変数

- (1) マクロ経済指標を用いた時系列分析
変数として、鉱工業生産指数、長短金利差、為替レートなどを用いる
- (2) 財務指標などを用いたクロス・セクション分析
財務指標などを用いる (例 : BARRAモデル)
- (3) スタイル・インデックスを用いる方法

なお、このところ証券アナリスト試験でとり上げられるマルチファクター・モデルは、少し前に市場で流行ったためかPoint1.2.1bの「(3) スタイル・インデック

スを用いる方法」が多く、これは「ファーマ＝フレンチ・3ファクター・モデル」として知られている。

米国市場では1930年代以降、小型株（株式時価総額の小さい銘柄群）のリターンが大型株（株式時価総額の大きい銘柄群）のリターンを上回るということが1980年代に入って報告された。この小型株の超過リターンは、とりわけ12月～1月にかけて見られ、同様の超過リターンがバリューストック（PBRの低い銘柄群：割安株）についても観察された。いわゆる、規模効果（小型株効果）、バリューストック効果（低PBR効果）と呼ばれるアノマリーである。アノマリーとは、効率的市場仮説（EMH）に反する変則性のことであり、金融市場にみられるある種の傾向で、合理的な理由のはっきりしないものを指す。

現代ファイナンスは、すべてのリターンはリスクで説明するというフレーム・ワークであるため、ファーマ（Fama,E.）は、「市場」を唯一のリスク・ファクターとするCAPMではリスク要因の特定が不十分であり、小型株やバリューストックへの投資を小型株リスク（サイズ・ファクター）、バリューストックリスク（バリューストック・ファクター）としてモデルに取り込むことで、このアノマリーに関する問題を処理した。これが、ファーマ＝フレンチ・3ファクター・モデルである。小型株やバリューストックは、倒産リスクが高く取引量も少ないので、これを財務リスクと流動性リスクとしている。

アナリスト試験では、「市場（MKT）」を唯一の説明変数とするマーケット・モデルによる単回帰分析の結果

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT}(r_{MKT} - r_f) + e_i$$

と、「市場（MKT）」に加えて「サイズ（SMB）」および「バリューストック（HML）」の3つの説明変数を使ったファーマ＝フレンチ・3ファクター・モデルによる重回帰分析の結果

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT}f_{MKT} + \beta_{i,SMB}f_{SMB} + \beta_{i,HML}f_{HML} + e_i$$

を対比・吟味するパターンが圧倒的に多い。

ただし、 r_f ：無リスク利子率、 $\beta_{i,MKT}$ ：証券*i*のマーケット・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 $\beta_{i,SMB}$ ：証券*i*のサイズ・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 $\beta_{i,HML}$ ：証券*i*のバリューストック・ファクターに対するエクスポージャー（定数）、 f_{MKT} ：マーケット・ファクター、 f_{SMB} ：サイズ・ファクター、 f_{HML} ：バリューストック・ファクター、 e_i ：証券*i*の固有リターンの変動部分（残差）。

3 ファクター・モデルの各説明変数（リターン格差）は以下の通り。

$$f_{MKT} \equiv R_{MKT} - r_f$$

$$f_{SMB} \equiv R_{Small} - R_{Big}$$

$$f_{HML} \equiv R_{High} - R_{Low}$$

ただし、 R_{MKT} ：市場ポートフォリオ（株式インデックスで代理）のリターン、 R_{Small} ：小型株のリターン、 R_{Big} ：大型株のリターン、 R_{High} ：高BPR（バリュー）株のリターン、 R_{Low} ：低BPR（グロース）株のリターン。なお、BPR（簿価時価比率）=PBRの逆数。

Point 1.2.1b(2)：ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデル

$$R_i - r_f = a_i + \beta_{i,MKT} f_{MKT} + \beta_{i,SMB} f_{SMB} + \beta_{i,HML} f_{HML} + e_i$$

MKT：マーケット（市場）ファクター $f_{MKT} \equiv R_{MKT} - r_f$

SMB：サイズ（時価総額）ファクター $f_{SMB} \equiv R_{Small} - R_{Big}$

HML：バリュー（PBR）ファクター $f_{HML} \equiv R_{High} - R_{Low}$

「現在では、小型株やバリュー株、グロース株に特化して株式運用を行う機関投資家が多数存在しているので、ファーマ=フレンチの3ファクター・モデルは、ファンドのパフォーマンス評価においても、CAPM以上によく用いられているのが実情」（日本証券アナリスト協会編「新・証券投資論 I 理論篇」p.121～122）のようである。とは言え、「小型株になぜプレミアムがつくのか、バリュー株になぜプレミアムがつくのか、という基本的な問題に誰もが納得できる説明がまだなされておらず、この点がファーマ=フレンチ・モデルの抱える大きな課題」（日本証券アナリスト協会編「新・証券投資論 I 理論篇」p.122）とも指摘されている。

さらにカーハート（Carhart, M）は、これら3ファクターにモメンタム・ファクター（リターン・リバーサル/モメンタム）を加え、「4ファクター・モデル」に拡張している。

リターン・リバーサル/モメンタム：米国では3年から5年といった長期のリターンをみると、過去のパフォーマンスがよかった（悪かった）ポートフォリオは次の

3年から5年ではパフォーマンスが悪くなる（よくなる）傾向、つまりリターンに「負の系列相関」が観察される（リターン・リバーサル）。また、6ヵ月といった短期についてはリターンによりパフォーマンス（悪いパフォーマンス）が続く傾向、つまりリターンに「正の系列相関」が観察される（モメンタム）。

カーハートは4つ目のファクターを「モメンタム・ファクター」とし、過去1年間のリターンに基づいて、最もリターンの高かったグループ・ポートフォリオのリターンから最もリターンが低かったグループ・ポートフォリオのリターンを差し引いた値をファクター値（Up minus Down）としているようである。したがって、この「モメンタム・ファクター」を前提とすると、ある期間のリターンと次の期間のリターンに正の系列相関がある場合、回帰係数は正（+プラス）になる。

Point Check 1.2.1b(1) <<1998.1.2>>

マルチファクター・モデルを仮定して回帰分析を行う場合、マクロ経済ファクターを利用したモデル以外にもさまざまなタイプがある。どのようなものがあるか。具体例を示して、マクロ経済ファクター・モデルとの違いを説明せよ。

Answer

（解答例1）

ファクターに財務指標、産業、株価尺度などをファクターとして採用したBARRA型モデル。マクロ経済ファクター・モデルは、独立変数ファクターとして景気・金利・為替など株価にシステムティックな影響を与える外生要因を説明変数として採用し、時系列データによる回帰分析によってファクターへの感応度を計測する。これに対し、BARRA型モデルでは財務ファクターや産業など個別銘柄の属性を説明変数として採用し、クロスセクション回帰分析によってリターンを説明する方法が採られている。

(解答例2)

ファクターにスタイル・インデックスを採用したモデル。独立変数として大型成長株、大型割安株、小型株など市場インデックスをスタイルによって分類したファクターを採用しており、ポートフォリオのスタイル特性を分析するのに有効である。ただし、これらのファクターは市場インデックスの一部であり、いわば内生要因を説明変数としている点で、マクロ経済ファクター・モデルが外生要因を説明変数とするアプローチである点と異なる。

Point Check

1.2.1b(2) <<2010.1.4>>

ファンダメンタル・ファクター・モデルとはどのようなモデルか、マーケット・モデルとマクロファクター・モデルに対比して説明しなさい。

Answer

マーケット・モデルは個別証券のリターンを市場ポートフォリオのリターンという単一のファクターで説明しようとするモデルで、シングルファクター・モデルとも呼ばれる。これに対し、ファンダメンタル・ファクター・モデルは複数のファクターを用いる。マクロファクター・モデルが経済変数をファクターとするのに対し、ファンダメンタル・ファクター・モデルは企業規模や企業価値のような個別企業の属性をファクターにする。

note

	マーケット・モデル	マクロ・ファクター ・モデル	ファンダメンタル・ ファクター・モデル
ファクターの数	1つ	複数	複数
共通ファクター	市場ポートフォリオ	マクロ経済変数 ・GDP成長率 ・物価上昇率 ・長短金利差 ・信用スプレッドなど	・銘柄属性 ・企業規模 ・株価指標 ・財務比率 ・企業成長性など
回帰分析の方法	時系列	時系列	クロスセクション
ファクター・リターン、感応度の推定	事前にファクターを特定し、感応度を推定する	事前にファクターを特定し、感応度を推定する	事前に感応度を決めておき、ファクター・リターンを推定する

Point Check

1.2.1b(3) <<2012.AM.7>>

アクティブ・ファンド「投資のニューフロンティア (NFI)」は小型株を中心に運用するファンドで、過去3年間のパフォーマンスは資料1、資料2のとおりである。

資料1 「NFI」、TOPIX、小型株指数の過去3年間のパフォーマンス

ファンド	平均リターン	標準偏差	「NFI」との相関係数
ファンド「NFI」	1.30%	6.69%	1.00
TOPIX	0.37%	6.80%	0.83
小型株指数	0.93%	6.26%	0.92

資料2 回帰分析の結果

回帰式1 マーケットモデルに基づく回帰

$$RX_t = 1.00 + 0.82RM_t \quad R^2 = 0.69$$

(0.55)(0.093)

RX_t : t期のファンド「NFI」の超過リターン（対リスクフリー・レート）

RM_t : t期のTOPIXの超過リターン（対リスクフリー・レート）

回帰式 2 ファーマ=フレンチ・3ファクター・モデルに基づく回帰

$$RX_t = 0.18 + 0.98RM_t + 1.17SMB_t - 0.17HML_t \quad R^2 = 0.85$$

(0.15) (0.074) (0.20) (0.21)

SMB_t : t期の小型株ポートフォリオと大型株ポートフォリオのリターン格差

HML_t : t期のバリュー株ポートフォリオとグロース株ポートフォリオのリターン格差

注：カッコ内の数値は標準誤差を表す。

- (1) ファンド「投資のニューフロンティア (NFI)」のアルファについて、資料2において回帰式2のアルファの方が回帰式1のアルファよりも小さくなっているのはなぜか、考えられる理由を説明しなさい。
- (2) ファンド「投資のニューフロンティア (NFI)」のファンドマネジャーの運用スキルは、必ずしも他のアクティブ・ファンドのマネジャーと比較して優れているとはいえない可能性がある。その理由を説明しなさい。

Answer

- (1) 市場ファクターだけで見ると固有の超過収益率として観察されたが、実はサイズ、バリューといったリスク・ファクターを源泉とする部分が含まれており、3ファクターによる回帰分析で表面化し小さくなった。
- (2) 回帰式1、2とも正の超過リターンが観測されているが、統計的には有意でない。一方、SMBファクターの係数が0から有意に乖離しており、計測期間がたまたま小型株に有利な市場環境で、SMBファクターのエクスポージャーを拡大させた結果、正の超過リターンが得られた可能性がある。

note

- (2) 固有の超過リターン（定数項）および回帰係数について仮説検定（ t 検定）を行う。この問題では標準誤差が与えられているだけなので、 t 値を計算しなければならない。

$$t = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{s_{\hat{\theta}}}$$

ただし、 $\hat{\theta} : \theta$ （＝定数項、回帰係数）の推定量、 θ_0 ：（帰無仮説の）「真の値」、 $s_{\hat{\theta}} : \hat{\theta}$ の標準誤差。なお、帰無仮説について、ここでは超過リターン（定数項）、および3ファクター・モデルのサイズ（SMB）、バリュー（HML）については帰無仮説： $\theta = 0$ とするが、市場（RM）については $\theta = 1$ 、つまり「エクスポージャーは市場並み」とするのが一般的である。検定の判断の基準としては、問題の性質から考えて概ね2.0を目安として、

t 値（絶対値） ≥ 2.0 であれば、「有意である（有意に0あるいは1から乖離している）」

t 値（絶対値） < 2.0 であれば、「有意でない（有意に0あるいは1から乖離していない）」

とおおよその判断をすればよいだろう。

これによれば、統計的に有意である（有意に0あるいは1から乖離している）のは回帰式2のサイズ（SMB）の係数だけである。なかなか難しいが、一般論としては以下のような解釈が妥当なところだろう。

- 1) まず、回帰式1、2とも正の超過リターンが観測されているが、統計的には有意でない（すなわち、アルファが0であるという仮説を棄却できない）。
- 2) 一方、SMBファクターの係数は0から有意に乖離している。
- 3) これは、計測期間がたまたま小型株に有利な市場環境で、SMBファクターのエクスポージャーを拡大させた結果、正の超過リターンが得られた可能性がある。

Point Check

1.2.1b(4) <<2013.PM.3>>

ファーマ=フレンチの3ファクター・モデルを拡張したものに、カーハートの4ファクター・モデルがある。第4ファクターとそのエクスポージャー（ファクターに対する感応度）について説明しなさい。

Answer

モメンタム・ファクターと呼ばれ、過去1年間のパフォーマンスが最も高かったグループ・ポートフォリオと、最も低かったグループ・ポートフォリオのリターンの差をファクターとする。ある期間のリターンが高い（低い）と次の期間のリターンも高く（低く）なる傾向がある場合（リターンに「正の系列相関」がある場合）、エクスポージャー（感応度）は正になる。

(2) APT（裁定価格理論）

マルチファクター・モデルにおける均衡モデルとして、S. RossによるAPT（裁定価格理論）が重要である。

第 j ファクターのファクター・ポートフォリオ（そのファクターの感応度がちょうど1で、その他のファクターの感応度がすべて0であるようなポートフォリオ）のリスク・プレミアムを λ_j で表せば、APTによれば各証券の期待収益率は次のように表せる。

Point 1.2.2a : APT（裁定価格理論）

$$E[R_i] = R_F + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2 + \dots + b_{ik}\lambda_k$$

$$= R_F + \sum_{j=1}^k b_{ij}\lambda_j$$

ポートフォリオの期待収益率

=安全資産収益率 + (ファクター感応度×リスク・プレミアム) の合計

Point Check

1.2.2a <<1997.1.2>>

APT（裁定価格理論）に立脚したマルチファクター・モデルに基づいて株式ポートフォリオの運用を行っている。ファクターとして、鉱工業生産指数、マーケットリスク、原油価格、株式時価総額の4つの変数が選ばれている。

次表は、各ファクターに対するリスク・プレミアムと代表的な4社の株式のエクスポージャーを示したものである。

ファクターに対するリスク・プレミアムとエクスポージャーの大きさ

ファクター	エクスポージャー				リスク・プレミアム(%)
	A社	B社	C社	D社	
鉱工業生産指数	0.71	0.93	-0.29	1.19	0.65
マーケットリスク	0.92	0.68	1.12	0.75	7.86
原油価格	-0.45	-0.87	0.59	-0.23	0.43
株式時価総額	1.41	-0.12	0.48	0.38	-0.27

安全資産収益率を1.5%とすると、A社の株式の期待収益率はいくらになるか（解答は%単位とし、小数第2位を四捨五入せよ）。

Answer

8.6%

[計算過程]

$$E[R_A] = 1.50 + 0.71 \times 0.65 + 0.92 \times 7.86 + (-0.45) \times 0.43 + 1.41 \times (-0.27) \approx 8.62$$

以上のAPT（裁定価格理論）では、ファクターが何であるかは示されていないため、ファクターの特定方法が問題になる。方法としては、マクロ経済変数や財務変数などの現実の具体的な指標を用いる方法と、現実の具体的な指標を用いなくて主成分分析や因子分析を用いる統計的手法により特定する方法とがある。

Point 1.2.2b : APT (裁定価格理論) におけるファクターの特定方法

特定方法	長所
(1) 現実の具体的な指標を用いる方法 (a) マクロ経済指標を用いる (b) 財務指標を用いる、など	ファクターが具体的に特定されるので解釈が容易であり、将来のリターン予測に使いやすい。
(2) 現実の具体的な指標を用いないで統計的手法により特定する方法	ファクターを具体的に特定する必要がないので、ファクターの特定化に恣意性がない。

Point Check

1.2.2b <<2001.2.6>>

APTを用いるにあたってマクロ経済ファクターをファクターとして選択したところ、最初からファクターを特定化しない方法について質問を受けた。この方法とこの方法の長所、短所について簡潔に説明せよ。

Answer

主成分分析や因子分析といった統計的手法を用いて、ファクターを求める方法が考えられる。

長所：特定の構造モデルを想定しないので、ファクターを特定化することの恣意性がなく、ファクターと証券の変動の安定的な関係が得られやすい。

短所：ファクターが具体的に特定されないため、証券などの将来のリターン予測に使うのが難しい。

3 株式ポートフォリオの運用

パッシブ運用、アクティブ運用を論じる前に、市場の効率性および効率的市場仮説について、簡単に整理しておく。

(1) 効率的市場仮説

シャープ (William F. Sharpe) によれば、効率的市場は次のように定義される。

効率的市場 (efficient market)

効率的市場とは、「すべての証券の市場価格が常にその投資価値に等しい市場」をいう。

また市場の情報に関する効率性については、一般的に以下のように説明される。

市場の情報効率性

情報に関して効率的な市場では、「投資家がある情報に基づいてどのように投資戦略を構築したとしても、リスクに見合った収益を超える過大な収益を平均的にあげることはいできない」。

現実の証券市場が情報に関して効率的であるとする考え方を**効率的市場仮説** (efficient market hypothesis) と呼ぶ。ファーマ (Eugene F. Fama) は、証券価格が反映する情報を**ウィーク型**、**セミストロング型**、**ストロング型**の3つのレベルに分類し、効率的市場仮説の成否に関する実証研究を整理した。

① ウィーク型の効率性 (weak-form efficiency)

ウィーク型の効率性が成立していれば、現在の証券価格は過去の証券価格の変動をすべて織り込んでいることになる。過去の証券価格の変動パターンを分析しても、過大なリターンを平均的にあげることはいできない。

② セミストロング型の効率性 (semi-strong-form efficiency)

セミストロング型の効率性が成立していれば、現在の証券価格は公開情報をすべて織り込んでいることになる。有価証券報告書の情報のみならず、アナリストの分析やニュース等の公開情報から、過大なリターンを平均的にあげることはいできない。

③ ストロング型の効率性 (strong-form efficiency)

ストロング型の効率性が成立していれば、インサイダー情報も現在の証券価格は正確に織り込んでいることになる。インサイダー取引によっても過大なリターンは得られない。

	効率性テストの種類	情報の種類	分析の効果が否定される情報の例
①	ウィーク・フォーム	過去の株価系列	ケイ線、チャート、 フィルター・ルール
②	セミストロング・ フォーム	すべての公開情報	マクロ経済指標、利益予想、 配当予想
③	ストロング・ フォーム	利用可能な すべての情報	インサイダー情報、プロフェッショナル・マネジャーの運用成績

(2) ベンチマーク

ベンチマークとは、本来、測量において利用する水準点を示す言葉だが、これが転じて投資や資産運用などにおいて比較のために用いる「指標」の意味で使われている。

旧協会通信テキスト（「証券分析とポートフォリオ・マネジメント」第2次レベル・第9回：投資パフォーマンスの測定と評価）では、「適切なベンチマークの要件」として、以下を列挙している。

- ・ 代表性：投資対象の市場に近い特性を有していること
- ・ 再現性：実際に投資可能なユニバース（有価証券）から構成されていること
- ・ 流動性：構成銘柄の流動性が十分に高いこと
- ・ 客観性：ベンチマーク構築ルールに恣意性がないこと（客観性が高いこと）
- ・ 透明性：ルールの詳細についてのディスクロージャーが行われていること
- ・ 安定性：銘柄の入れ替え頻度、回転率が過度に高くないこと
- ・ 整合性：時価評価基準（時価採用市場等）がポートフォリオと同じであること
- ・ 利便性：情報入手が容易で、使いやすいこと
- ・ 連続性：同一の計算ルールで十分な長さの過去データがあること
- ・ 一般性：広く一般に利用されていること
- ・ 運営性：インデックス先物、スタイル・規模別サブ・インデックスの存在など
ポートフォリオの運営上、便利であること

日本株の運用では、広く認知されている「株式インデックス（株価指数）」をベンチマークとすることが多い。古くから存在する代表的なものとして、日経平均株価（日経225）、東証株価指数（TOPIX）がある。それぞれの特徴は、以下の通り。

日経平均株価（日経225）	東証株価指数（TOPIX）
<ul style="list-style-type: none"> ・単純平均：東証上場の225銘柄を対象とし、その株価合計を恒常除数で割って算出。単位は（円）。 ・指数の構成は、採用銘柄の上場廃止や合併などを反映するため、変更される。 ・銘柄の流動性の変化や、業種ウェイトのバランス調整のため、定期的に見直される。 ・株式数で加重平均しておらず、値がさ株・品薄株・小型株の影響を受けやすい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・時価総額加重平均：1968年1月4日を基準とし、東証旧1部上場全銘柄について、その基準時の時価総額を100として、その後の時価総額を指数化したもの。単位は（ポイント）。 ・上場株式数で加重平均しているため、大型株（時価総額の大きい銘柄）の影響を受けやすい。

こうした伝統的な株価指数に加え、最近ではJPX日経インデックス400（JPX日経400）といった指数も登場している。

日本株運用において何をベンチマークとするかは、詰まるところ運用の目的や方針次第なのだが、とくに年金運用においてはTOPIXをベンチマークとする場合が多いようである。

CAPMの言う「市場ポートフォリオ」は、市場に存在するすべてのリスク資産の時価加重ポートフォリオであり、リスク資産のみで構成される唯一の効率的ポートフォリオという性質をもつ。この意味では、少なくともリスク資産を東証旧1部上場株式に限定して考えると、TOPIXは市場ポートフォリオとしての性質を強く備えている。このため、資本市場理論を現実の世界に当てはめて考える場合、TOPIXを市場ポートフォリオに代理させることがある。上記の「適切なベンチマークの要件」に加え、こういった理論上の背景もあってか、年金基金をはじめ機関投資家の多くが、日本株のベンチマークとしてTOPIXを採用しているようだ。

※ 東京証券取引所の「市場第1部（いわゆる東証1部）」をはじめとする市場区分は、2022年4月に「プライム市場」「スタンダード市場」「グロース市場」の3市場に再編された。旧東証1部全銘柄で構成されていた株式インデックス

「東証株価指数（TOPIX）」は、2022年10月～2025年1月にかけてウェイト調整し、段階的に新しい「TOPIX」に移行する見込み。

Point Check

1.3.2 <<2011.1.3>>

多くの運用機関が日本株のベンチマークとして、日経平均株価ではなく、TOPIXを用いる理由を1つ挙げて説明しなさい。

Answer

- ・TOPIXは旧東証1部という日本市場全体を近似する市場ポートフォリオ的な性格をもつが、日経平均株価は構成銘柄数が限定されている。効率的な「市場ポートフォリオ」としては銘柄数の多いTOPIXが好ましい。
- ・日経平均株価は値高株の影響を受けやすい。一方、TOPIXは時価総額加重平均指数なので、企業規模に応じたウェイトが実現されている。

(3) パッシブ運用

パッシブ運用とは、特定のベンチマークのリスクとリターンを再現することを目的とする運用であり、ベンチマークは市場インデックス、あるいはそのサブ・インデックスの中から選ばれる。インデックスは市場全体の動きを代表するものという特性上、得られるリターンも平均的なものになる。

① パッシブ運用の合理性

あえてベンチマークを上回るアクティブ・リターンを狙わず、当初から平均的なリターンを目標とする理由として、以下のようなことが指摘される。

- ・CAPMの存在

CAPMによれば、リスク資産のポートフォリオとしては真の市場ポートフォリオのみが効率的ということになる。株式市場の大部分の銘柄で構成される市場インデックスをベンチマークとし、このリターンを再現することが最も効率的な運用となる。

- ・実証分析結果の影響

市場インデックスに勝ち続けたファンドが存在せず、多くのファンドがインデックスを下回るパフォーマンスしか上げられていないという実証分析結果の影響が考えられる。

Point 1.3.3a：パッシブ運用のメリット・デメリット

長所	<ul style="list-style-type: none"> ・アクティブ運用に比べ、一般に売買の回数が少なくてすみ、取引コストが少なくてすむ。 ・(スポンサー・サイドから見れば) 運用報酬を低く抑えることができる。 ・市場が効率的であれば、(事前的には) リスク調整後で最大のリターンがあげられる。
短所	<ul style="list-style-type: none"> ・アクティブ運用に比べ銘柄選択の手間が少なくとも済むとはいえ、 <ul style="list-style-type: none"> ・インデックス構成銘柄の変更への対処、 ・配当等の再投資、 ・投資金額が十分かどうか、等 を考慮すると、ベンチマークと同様の運用を行うことが困難なこともある。 ・高々ベンチマーク並みの収益率しか取れず、(少ないとはいえ) 取引コストを考慮に入れば、ベンチマーク以下の収益率しか得られない。 ・銘柄選択について、 <ul style="list-style-type: none"> ・インデックス構成銘柄が過大評価されていても売れず、 ・インデックス不採用銘柄は成長性が大きくても組入れられない、その自由度は小さい。

Point Check

1.3.3a

《2003.1.3》

年金スポンサーから見た場合、パッシブ運用の長所と短所としてどのようなものがあるか。

Answer

(長所)

運用コストが安い。

(短所)

銘柄選択がインデックスに拘束されることから、

- ・インデックス採用銘柄に変更がある場合には、組入れ変更せざるをえない、
- ・相場が過大評価されていると思う場合や、相場が下落しそうだと判断する場合も、インデックスと運命をともにせざるをえない、
- ・将来性のある新興成長企業でもインデックスに採用されていなければ組入れられない、
- ・信用リスクはインデックスと同程度たらざるをえない、等。

② パッシブ運用の手法

前述の通り、パッシブ運用とは特定のベンチマーク、つまり特定のインデックスのリスクとリターンを再現することを目的とする運用であり、このように設計されたポートフォリオを**インデックス・ファンド**と呼ぶ場合がある。パッシブ運用におけるポートフォリオの構築方法は、完全法と標本抽出法（サンプル法）に大別されるが、協会通信テキストでは、a) 完全法、b) 層化抽出法、c) 最適化法、がとり上げられている。

Point 1.3.3b：インデックス・ファンドの構築方法

	完全法	サンプル法	
		層化抽出法	最適化法
方法	インデックスに含まれる銘柄をすべてインデックスと同じウェイトで保有する方法	インデックス構成銘柄をユニバースとして、特性（例：業種、時価総額、PBR等）によりユニバースをセルに分割し、各セルから代表銘柄を抽出し、各セルの時価総額に応じてポートフォリオに組入れる方法。	数理計画の手法を用いて、制約条件の下でトラッキング・エラーを最小化するようにポートフォリオを構築する方法。
長所	<ul style="list-style-type: none"> ・銘柄選択作業から解放される。 ・トラッキング・エラーの発生余地が小さい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ベンチマークよりも銘柄構成が少なくできるため、諸コストが抑制できる。 ・少額の資金でもインデックス・ファンドの組成が可能。 	
短所	<ul style="list-style-type: none"> ・ベンチマークを構成する銘柄数が多い場合、諸コストが高む。 ・ファンドに資金増減がある場合、それに応じた機動的売買が難しい。 ・品薄株の売買が困難。 	<ul style="list-style-type: none"> ・トラッキング・エラーの発生余地が大きい。 ・合理的な枠組みの構築に労力がかかる。 	

1° 完全法によっても、ポートフォリオの構築やリバランスの際に、

- ①取引手数料がかかること、
 - ②流動性の低い銘柄はインデックス計算用の価格での売買が困難であること、
 - ③最低取引単位の存在によりインデックスのウェイト通りの売買が困難であること、
- 等のため、トラッキング・エラーは発生せざるを得ない。

Point Check

1.3.3b(1) <<2008.1.2>>

パッシブ運用に関する以下の設問に答えよ。

- (1) 株式運用においてパッシブ運用を選ぶことが合理的であるという主張がある。その論拠として代表的なものを2つ指摘し、その要旨を簡潔に説明せよ。
- (2) パッシブ運用におけるポートフォリオ構築方法である①層化抽出法、②最適化法の2手法について、それぞれの概要を簡潔に説明せよ。
- (3) パッシブ運用における代表的なポートフォリオ構築方法である完全再現法によっても、トラッキング・エラーが生じる要因を2つあげよ。

Answer

- (1) ・市場が効率的であるならば、市場インデックスは（平均-分散アプローチで）効率的なポートフォリオにかなり近いものであり、追加的なコストを払ってアクティブ運用を行ったとしても市場インデックスを上回るリターンは期待できない。
・市場インデックスを安定的にアウトパフォームするアクティブ・ファンドを選択することは困難である。実際、多くのアクティブ・ファンドはインデックスを下回るパフォーマンスしか得られなかったという実証分析の結果も報告されている。
- (2) ①層化抽出法：ベンチマーク構成銘柄をリターンを特徴づける特性を基準に、いくつかの部分集合に分割する。次に各部分集合からその集合の動きを代表する銘柄を抽出し、各部分集合の時価総額に応じた額だけポートフォリオに組み入れる。
②最適化法：運用上課せられる制約条件を満足させながら、トラッキング・エラーを最小化するようなポートフォリオを数理計画法を用いて構築する。比較的少数の銘柄でポートフォリオを構築できる。
- (3) ポートフォリオの構築時や資金の流入に伴う売買、配当金の再投資、ベンチマークの構成銘柄の異動などによるポートフォリオのリバランスの

際に、①取引手数料が発生すること、②流動性が低い銘柄では指数計算用の価格と同じ価格で売買することが困難なこと、③最低取引単位でしか売買できないためベンチマークでの正確なウェイト通りの売買は困難なこと、主な要因となる。

note

(1) 上記の他に、以下のような主張もある。

- ・アクティブ運用では銘柄選択のための情報収集や分析が必要であり運用報酬も高いものとなる。さらに優秀な運用者の選択のためのコストなども考慮すると、それらに見合った超過収益を長期にわたって継続的に獲得することは困難であるため。
- ・運用資産全体のリターンはアセットアロケーションでほとんど決まってしまうため、資産配分策定の前提となっているベンチマークと同じリターンを低コストで得ることができるパッシブ運用を選択することが合理的である。(高いコストをかけ、また、ベンチマークを下回るリスクを負ってまでアクティブ運用を選ぶ合理性は低い。)

Point Check

1.3.3b(2) <<1997.1.2>>

C氏は、複数の株式を組み合わせることで東証株価指数（TOPIX）のエクスポージャーに一致するインデックス・ファンドを作成するように依頼してきた。X投資顧問はどのような株式ポートフォリオを構築すればよいか。

Answer

東証株価指数（TOPIX）について、ファクターに対するエクスポージャーを算出し、複数の株式からなるポートフォリオのエクスポージャーをTOPIXと一致させた上で、非システムティック・リスクを最小化するようなポートフォリオを構築する。

Sharpe-Lintner 型 CAPM を前提とした場合、さまざまなアノマリー（変則性）が報告されており、市場が効率的かどうかについては議論がある。代表的なアノマリーとしては、次にあげるものを覚えておきたい。

Point 1.3.3c : アノマリー

名称	内容
バリューストック（割安株）効果	PBR（株価純資産倍率）や PER（株価収益率）の相対的に低い銘柄をバリューストック（割安株）といい、このバリューストックの収益率が相対的に高い傾向がある。
規模効果	時価総額でみて規模の小さい銘柄（小型株）の収益率の方が、規模の大きい銘柄の収益率より高い傾向がある。小型株効果ともいう。
リターン・リバーサル（過剰反応効果）	ある期間に相対的に収益率の高かった（低かった）銘柄の収益率が、続く期間に相対的に収益率の低い（高い）傾向がある。

- 1° PBR の相対的に低い銘柄の収益率が相対的に高いことを PBR 効果といい、PER の相対的に低い銘柄の収益率が相対的に高いことを PER 効果という。Fama-French によれば、PER 効果は PBR 効果でほぼ説明がつくとされ、Fama-French の提唱する 3 ファクター・モデルでは、ベータ・簿価時価比率（=PBR の逆数）・時価総額が説明変数として加えられる。
- 2° リターン・リバーサル効果が観察されるということは、過去の収益率とその後の収益率との間に負の相関関係がある、すなわち、収益率について負の系列相関が存在することを意味する。

Point Check

1.3.3c <<2004.2.7>>

過去の米国株の長期にわたるデータによれば、小型株の平均リターンが大型株の平均リターンを上回っている。この現象は、(1)CAPM（資本資産評価モデル）が成立するとした場合、(2)CAPM が成立していないとした場合、どのように理解することができるか。

Answer

- (1) CAPM によれば、各証券・ポートフォリオのリスクプレミアムはベータに比例する。したがって、小型株のリターンが大型株を上回るという現象は、小型株の市場ベータが大型株よりも大きい点に求められる。
- (2) 市場リスク（ベータ）以外のリスクにもリスクプレミアムが要求される。小型株の方が大型株に比べ、流動性の低さや信用リスクの大きさなどの点でリスクが大きければ、そうした市場リスク以外のリスクを反映して、小型株のリターンが大型株を上回るという現象を理解することができる。

(4) アクティブ運用

ベンチマークのリターン・リスクからの意図的な乖離をとり、ベンチマークを上回るパフォーマンスを目指す運用スタイル。これにより、運用に追加的な価値を実現する。具体的には、ポートフォリオのセクター・ウェイトや銘柄構成比をベンチマークから乖離させる。ベンチマークから乖離したリターンを**アクティブ・リターン**、その標準偏差を**アクティブ・リスク（トラッキング・エラー）**と呼び、ベンチマークから乖離したセクター・ウェイトや銘柄構成比を**アクティブ・ウェイト**と呼ぶ。

・トップダウン・アプローチ

- 1) マクロ経済の現況や動向について調査・分析を行い、将来のシナリオを策定する。
- 2) このマクロ・シナリオに基づいて、業種などのセクターごとにオーバー・ウェイト、アンダー・ウェイトの方針を立てる。
- 3) 各セクターについて組入れ銘柄を選定する。

・ボトムアップ・アプローチ

- 1) 個別企業の財務・経営状態、および将来の収益動向を調査・分析する。
- 2) このファンダメンタル分析に基づいて投資価値（アルファ:超過収益率）を評価する。
- 3) 高いアルファが期待できる銘柄でポートフォリオを組成し、組み入れ候補銘柄の多いセクターがオーバー・ウェイト、少ないセクターがアンダー・ウェイトとなる。

① 個別銘柄選択

実際の株価が理論株価を下回る割安な銘柄でポートフォリオを構成する。市場リスクを源泉とせず、組み入れ銘柄の固有の超過リターンを狙う。

② サブ・インデックス

特定のサブ・インデックス（バリュー株／グロース株、大型株／小型株、ハイテク株セクターなど）をベンチマークとしたパッシブ運用。

③ マクロ・ファクター

マクロ・ファクター・モデルに基づいた戦略（トップダウン・アプローチ）。

- 1) サブ・インデックスの動的（ダイナミック）アロケーション。
- 2) マクロ経済ファクター・リターンに基づいて、各ファクターの最適エクスポージャーを推定し、ポートフォリオを組成する。

④ マーケット・タイミング

ポートフォリオのベータ（ β ）を相場見通しに基づいて動的（ダイナミック）に調整する。相場上昇を予想する場合はベータを高め、相場下落を予想する場合はベータを低くする。

⑤ セクター・ローテーション

各セクターへのウェイトをベンチマークのウェイトから意図的に乖離させる。マクロ経済動向の予測に基づいて、セクターごとにオーバー・ウェイト、アンダー・ウェイトの方針を立てる。

⑥ ファクター・ローテーション

その時々には有効性の高い投資尺度（PER、PBR など）へのウェイトを高める。ファンダメンタル・ファクターを用いたものが多い。

⑦ スタイル・ローテーション

「投資スタイル」を何らかの基準によって変更する。マクロ経済動向の予測に

基づいて、スタイル・インデックスへの配分比率を調整する。

Point Check 1.3.4(1) <<1997.1.2>>

X 投資顧問(株)は顧客から次のような条件を満たす株式ポートフォリオを構築するよう依頼を受けた。

- (1) A 氏がオーナーである会社の本業の経営成績は、原油価格の動向に大きく左右される。同氏は企業利益を安定させるために金融投資を活用したいと考えている。どのような株式ポートフォリオを構築すればよいか。
- (2) B 氏は、X 投資顧問がこれまで、鉱工業生産指数の動向についてに高い予測実績を持っていることに着目し、それを活かしたポートフォリオを組むように依頼してきた。X 投資顧問の時系列モデルによれば、今後の鉱工業生産指数の動向について、市場のコンセンサスに比べかなり高いプラスの成長を予想している。このような状況の下で、どのような株式ポートフォリオを構築すればよいか。

Answer

- (1) 原油価格に対するエクスポージャーが、原油価格と本業の経営成績の相関関係とは逆になるようなポートフォリオを組む。このことにより、事業収益の変動リスクを金融収益によってヘッジすることができる。
- (2) 鉱工業生産指数に対するエクスポージャーが、ベンチマーク（例えば TOPIX）のエクスポージャーより大きくなるようなポートフォリオを構築する。

Point Check 1.3.4(2) <<2001.2.6>>

Y 投資顧問(株)の調査部門は個別銘柄の業績予想能力にすぐれている。この調査能力と APT モデルから求めた期待収益率を組み合わせるポートフォリオ運用を行うには、どのような方法があるか。

Answer

アルファ戦略が考えられる。

具体的には、個別銘柄の業績予測によって買い・売り（あるいは、オーバーウェイト・アンダーウェイト）の銘柄を決め、その上で各ファクターに対するエクスポージャーをベンチマークに合わせるという制約条件を課した最適化を行い、ポートフォリオを構築する。システマティックリスクはベンチマークと同じであるが、個別銘柄選択能力を生かした高いアルファのポートフォリオを作ることができる。

Point Check 1.3.4(3) <<2012.AM.7>>

- (1) 株式アクティブ運用の銘柄選択におけるボトムアップ・アプローチとは何か説明しなさい。
- (2) ボトムアップ・アプローチの問題点とそれを回避する方法を説明しなさい。

Answer

- (1) 企業訪問や財務分析などによって得られた企業の財務・経営状態、および将来の収益動向といったファンダメンタル情報や、過去の株価変動などテクニカル情報から銘柄に対する投資魅力度を測り、高いアルファが期待できる銘柄でポートフォリオを組成する。業種・セクターなどのウェイトはこの銘柄数で決まる。
- (2) [問題点]：高いアルファが期待できる銘柄を集めることで、ポートフォリオ全体としての調和がとれず、特定の業種やセクターにリスクが偏在する場合がある。

[回避方法]：ポートフォリオ構成銘柄が少数の特定セクター・特定業種に集中しないように、各セクター・各業種のアクティブ・ウェイトに関して、ベンチマーク・ウェイトからの乖離に上限下限といった一定のレンジをあらかじめ設定しておく。

(5) スマートベータ

スマートベータに関して明確な定義や理論的背景があるわけではないが、TOPIXなどに代表される広範な銘柄を時価総額で加重平均した「市場時価総額加重型インデックス」に代えて、特定の属性をもつ限られた銘柄群を時価総額加重平均以外のウェイトで構成した指数（インデックス）を「スマートベータ」とか「スマートベータ指数」と呼んでいるようである。取引所や金融情報ベンダーなどが、スマートベータに基づいたインデックスを開発・公表しており、代表的なものとして以下のような類型がある。

分類	インデックス（例）	配分比率
ファンダメンタル型	ファンダメンタル	売上高、キャッシュフロー、配当、自己資本などファンダメンタル面での規模
最適化型	低ボラティリティ	最小分散ポートフォリオ (mvp: minimum variance portfolio)
	シャープレシオ最大化	シャープレシオが最大となるポートフォリオ
分散度追求型	等金額ウェイト	銘柄数 n の逆数: $\frac{1}{n}$

また、時価総額加重型インデックスをアウトパフォームすることを目的として、こうした非時価総額加重型インデックスに連動するポートフォリオを組成・運用する手法を「スマートベータ」、あるいは「スマートベータ戦略」などと称する場合もあるようだ。

いずれにせよ明確な定義がなく非常に紛らわしいので便宜上、とりあえずここでは非時価総額加重型インデックスを「スマートベータ指数」、スマートベータ指数に連動させる運用を「スマートベータ戦略」としておく。

① スマートベータ指数

TOPIXのような時価総額加重平均インデックスの場合、構成銘柄の時価の変動そのものがウェイト調整であり、株価の変動に委ねておけば自動的に常に時価総額加重平均となる。また新規上場や上場廃止といったことがない限り、銘柄入

れ替えは行われたい。つまり、ウェイト調整や銘柄入れ替えといったいわゆる「リバランス」は、原則として必要ない。

これに対して、スマートベータ指数の場合「特定の属性をもつ限られた銘柄群を時価総額加重平均以外のウェイトで構成」するため、構成銘柄の属性が変化すれば銘柄入れ替えが必要となる場合が多く、構成銘柄の時価が変化すればこれに依じて作為的なウェイト調整が必要となる場合が多い。つまり、頻繁な「リバランス」が必要であり、これはスマートベータ指数の一般的な特徴であろう。

② パッシブ運用とアクティブ運用

これまで見てきたパッシブ運用とアクティブ運用の特徴を整理すると以下のようになる。

Point 1.3.5：パッシブ運用とアクティブ運用

	特徴
パッシブ運用	<ul style="list-style-type: none"> ・市場インデックスなど、特定のベンチマークのリスクとリターンを再現することを目的とする運用。 ・一般にアクティブ運用に比べ売買回転率が低く、取引コストが高い。 ・付加価値は小さく、運用報酬は低く抑えられる。 ・パフォーマンスはベンチマークと同水準で超過リターンはない。
アクティブ運用	<ul style="list-style-type: none"> ・ベンチマークのリスク、リターンから意図的な乖離をとり、ベンチマークを上回るパフォーマンスを狙う運用。 ・一般にパッシブ運用に比べ売買回転率は高く、取引コストがかさむ。 ・市場環境の調査、銘柄選択、ウェイト調整等の追加のコストから運用報酬は高くなる傾向にある。

ここで、旧協会通信テキスト（証券分析とポートフォリオ・マネジメント 第2次レベル・第2回「株式ポートフォリオ戦略」p.72）の説明に従い、「パッシブ運用」に関して次のように区別して考える。

インデックス連動型運用：何らかのインデックス（TOPIXやスマートベータ指数）に連動させる運用

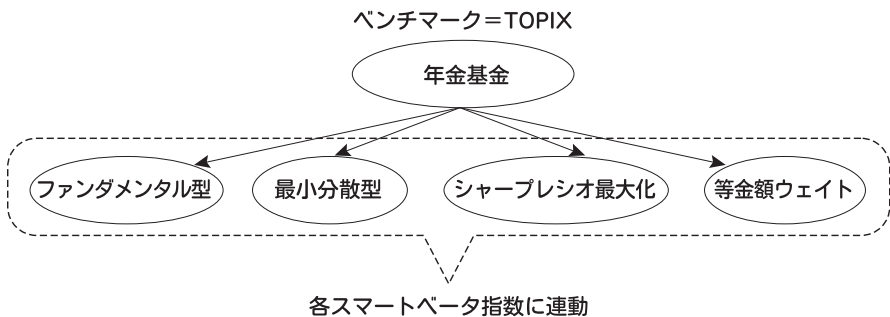
パッシブ運用：インデックス連動型運用のうち、パフォーマンス評価に用いるベンチマークを連動対象指数とする運用

③ スマートベータ戦略

このような区別を行う理由を協会通信テキストでは、多くのスマートベータ指数がTOPIXに代表される市場時価総額型インデックスをアウトパフォームすることを意図して設計・開発されていると考えられるため、としていた。この意味でスマートベータ指数そのものが、アクティブ運用プロダクティブな側面をもつ。

しかし、前述の通りスマートベータ戦略は、スマートベータ指数に連動させる「インデックス連動型運用」であり、さらにパフォーマンス評価に用いるベンチマークが連動対象のスマートベータ指数であれば、これはあくまでも「パッシブ運用」であると考えられる。

証券アナリスト試験で「スマートベータ」は、TOPIXをベンチマークとする年金基金がスマートベータ戦略をとるファンドに委託することを想定し、従来からのいわゆるアクティブ運用への委託と比較する、といった文脈でとり上げられる場合が多いようだ。



これらのファンドがスマートベータ指数をパフォーマンス評価のベンチマークとしているのならば「パッシブ運用」であり、アクティブ運用で要求される市場環境の調査、銘柄選択、ウェイト調整等の追加的コストは不要なため運用報酬は低く抑えられる可能性がある。それでいて、各スマートベータ指数が本当に時価総額加重型のTOPIXを凌駕するパフォーマンスをあげるのであれば、各ファン

ドがスマートベータ指数に忠実にトラックするだけでアクティブ運用に近い運用成果が得られることになる。言い換えると、形式はパッシブ運用でありながら、実質はアクティブ運用に近い効果を得ることができる。

しかし、以下の点に注意する必要がある。

●運用委託コスト

スマートベータ戦略をとるファンドがパッシブ運用であれば、アクティブ運用に比べて運用報酬は低く抑えられるが、頻繁なリバランスが必要となる場合が多いと考えられる。通常のアクティブ運用であれば、あらかじめ売買回転数について制約を設けることも可能だが、スマートベータ戦略では指数にトラックさせることが目的となるので、売買回転数の上昇は不可避である。これが取引コストを上昇させ、運用委託コストが予想外に高くなる可能性がある。

●スマートベータ指数、ファンドの選定等に関するプロセス

- ①どのようなスマートベータ指数を採用するか
- ②各スマートベータ指数への資金の配分比率
- ③ファンド（運用会社）の選定
- ④運用実績の評価および配分比率の見直し

こうした問題に対処するため、調査・分析など新たなプロセスが必要となり、パッシブ運用として直接の運用報酬は抑制されても、総コストはさほど減らない可能性がある。

●スマートベータ指数のアクティブ運用的な側面

ベンチマークとしてTOPIXに代表される市場時価総額型インデックスが採用され、パッシブ運用が支持される理由として、①「市場ポートフォリオ」が最適リスク資産ポートフォリオであるとするCAPMの存在、②長期にわたって、安定的に市場時価総額型インデックスを上回るパフォーマンスを実現したアクティブ運用はごく少数であるという実証分析結果、などがあげられる場合が多い。スマートベータ指数がアクティブ運用的な側面を備えている以上、②の実証分析が報告する結果と似た状況になる可能性も十分に考慮すべきである。

Point Check

1.3.5(1) <<2014.AM.7>>

T年金基金の理事長A氏は、⁽¹⁾アクティブ運用に比べて運用報酬や他のコストを低く抑えられるパッシブ運用に魅力を感じ、ついに株式についてはアクティブ運用をすべて解約しパッシブ運用のみにすることにした。証券会社主催のセミナーで、「スマートベータ」なるものを知ったA氏は、①スマートベータ指数の中からリスクプレミアムを獲得できる指数を複数選択する、②リスク・リターンが最も効率的となるように各指数への配分比率を決める、③②の配分比率に従いスマートベータ・ファンドに配分する、④配分比率は環境変化や運用実績に応じて適宜見直す、という枠組みで、⁽²⁾パッシブ運用並みの低コストでTOPIXをベンチマークとするパッシブ運用をアウトパフォームできると考えている。

- (1) パッシブ運用に比べアクティブ運用はコストが高くなる傾向がある。その背景にある①運用報酬の上昇、②運用報酬以外のコスト上昇、について説明しなさい。
- (2) A氏が考える枠組みを採用した場合、従来のパッシブ運用に比べて新たに発生するプロセスを挙げなさい。また、A氏が期待する下線部(2)の成果が得られるか、説明しなさい。

Answer

- (1) ①ベンチマークを上回るためには、情報収集・分析を通じた銘柄選択能力や適切な意思決定・売買執行を通じた市場の上昇・下落に対応するタイミング能力などが不可欠である。こうした能力の維持・向上に追加的コストが必要となる。
- ②資金提供者は、運用商品へのアクセス、運用委託の是非の判断、実際の具体的な運用内容および事後的な運用成績の評価、などパッシブ運用以上に時間と労力が費やされるため、直接的な運用報酬以外にも実質的なコストがかさむ。
- (2) プロセス：①パフォーマンスのよいスマートベータ指数の選定、②各指

数の配分比率の決定、③スマートベータ・ファンドの選定、
④運用実績の評価・配分比率の見直し。

成 果：運用報酬の低いパッシブ運用に変わることによって直接のコストは抑制されるが、他にプロセスが増えて総コストはさほど減らない可能性があり、あまり大きな成果は得られない。

note

(2) 成果に関して協会解答例は、「代表的なベンチマークを安定的にアウトパフォーマンスしたマネジャーはほとんど存在しない、あるいは存在したとしても事前にそれを選択するのは困難である」ことを挙げ、この点はスマートベータ戦略についても同様と考えられることを指摘している。

Point Check

1.3.5(2) <<2015.PM.3>>

×年金基金は、日本株のアクティブ運用において、ベンチマークとして配当込み TOPIX を採用している。現在、ベンチマークを上回るパフォーマンスを達成するために、スマートベータ戦略に基づく3つのファンドの採用を検討している。

ファンド A	17業種区分に基づく17業種 ETF のみを用い、最適化法に基づいて構成される最小分散ポートフォリオ
ファンド B	東証第1部全銘柄から一部の銘柄を除いたものを投資ユニバースとして、最適化法に基づいて構成された最小分散ポートフォリオ
ファンド C	東証第1部全銘柄を投資ユニバースとした均等ウェイト・ポートフォリオ

注) ETF (Exchange Traded Fund) : 取引所で取引されるいわゆる「上場投資信託」で、指数連動型とそれ以外のものに大別される。指数連動型上場投資信託は、その価格が TOPIX などの株価指数や商品指数などに連動するように設計されたインデックスファンドの一種で、取引所に上場している株式と同様に

取引できる。

- (1) 投資ユニバースとは、ポートフォリオに組み入れる候補となる銘柄の集まりのことである。ファンド B の投資ユニバースは東証第1部全銘柄から一部の銘柄を除いているが、除外に際して考慮すべき点を挙げなさい。
- (2) 最小分散ポートフォリオのファンド A とファンド B を比較し、ファンド A の長所と短所を説明しなさい。
- (3) ファンド C と時価総額ウェイトの株価指数をベンチマークとするパッシブファンドとの売買回転率の違いを説明しなさい。
- (4) スマートベータ戦略に基づく運用と一般的なアクティブ運用について、運用コスト（運用報酬+売買執行コスト）の違いを説明しなさい。

Answer

- (1)
 - ・流動性の低い銘柄は、リバランスの際の取引コスト等を勘案し除外対象とする。
 - ・多くのアナリストが調査対象としていない銘柄などは、情報の入手可能性の観点から除外対象とする。
 - ・社会的責任投資（SRI）の観点から、ふさわしくない銘柄は除外対象とする。
- (2) 長所：17業種のETFのみを用いるのでポートフォリオの組成が比較的容易である。
 短所：旧東証1部（現在のTOPIX）は2,000を越える銘柄で構成されるが、17業種のETFのみを用いているので「最小分散」の精度が劣っている可能性がある。
- (3) 均等ウェイトを維持するため、個別銘柄の株価のわずかな変化でもこれに合わせて絶えずリバランスが必要で、売買回転率は高くなる。これに対して時価総額ウェイトのパッシブファンドであれば、個別銘柄の株価の変化に対して基本的にリバランスは不要であり、売買回転率は低い。
- (4) スマートベータをベンチマークとするパッシブファンドへの配分比率

をアクティブに変更する場合、運用報酬は低く抑えられるが、リバランスに伴う売買執行コストは高くつくファンドもある。これに対して一般的なアクティブファンドに委託する場合、運用報酬は高くつくが売買回転率に制約を設けることで執行コストは抑制できる。

4 株式価値評価モデル

2021年の1次レベルに続き、2022年から2次レベルも試験制度および通信教育プログラムが改定された。従来「株式ポートフォリオ戦略」とされていた協会通信テキストは、新たに「株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略」と名称が変わり、テキストの第1章に「株式価値評価」に関する説明が加筆された。企業価値および個別株式価値の評価方法に関するもので、アクティブ運用の「個別銘柄選択」と密接である。大部分が「コーポレート・ファイナンス」と重複するため、ここでは代表的なモデルについて整理しておく。

(1) 配当割引モデル (DDM : Dividend Discount Model)

ある株式1株の保有によって将来得られるキャッシュフローを配当金とする。将来の配当金を株主の要求収益率（株主資本コスト）で現在価値に割り引き、その合計を理論株価 P とする。

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k_1} + \frac{D_2}{(1+k_2)^2} + \frac{D_3}{(1+k_3)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k_t)^t}$$

ただし、 P_0 : 理論株価、 D_t : t 期の配当金、 k_t : t 期の株主の要求収益率（株主資本コスト）。

配当割引モデル (DDM) の「基本形」に以下のような仮定を設け、現実にご利用可能なモデルに加工する。まず、毎期の株主資本コスト（割引率） k を一定とすると、DDM はかなりシンプルになる。

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

毎期の配当が D で一定とすると、「定額配当モデル（ゼロ成長モデル）」が導かれる。

$$P_0 = \frac{D}{1+k} + \frac{D}{(1+k)^2} + \frac{D}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D}{(1+k)^t} = \frac{D}{k}$$

配当金が毎期一定率 g で成長すると「定率成長モデル」が導かれる。

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots \\ &= \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_1(1+g)}{(1+k)^2} + \frac{D_1(1+g)^2}{(1+k)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} = \frac{D_1}{k-g} \end{aligned}$$

ただし、 D_1 ：1期後（期末）配当金。

株主の要求収益率（株主資本コスト） k は、証券アナリスト試験ではCAPMなどで推定する場合が多い。

$$\begin{aligned} k &= E[R_i] \\ &= \beta_i \times (E[R_M] - R_f) + R_f \end{aligned}$$

ただし、 $E[R_i]$ ：株式 i の期待収益率、 β_i ：株式 i の対市場ベータ、 $E[R_M]$ ：市場ポートフォリオの期待収益率、 R_f ：リスクフリー・レート。

また、配当金の成長率 g は、証券アナリスト試験ではサステイナブル成長率（P/L、B/Sの全項目が同じ比率で成長し、すべての財務比率が一定に保たれる成長率）が用いられる場合が多い。

$$g = ROE \times \text{内部留保率} = ROE \times (1 - \text{配当性向})$$

Point 1.4.1：配当割引モデル（DDM：Dividend Discount Model）

- ① 定額配当モデル（ゼロ成長モデル）

$$P_0 = \frac{D}{k}$$

- ② 定率成長モデル

$$P_0 = \frac{D_1}{k-g}$$

- ③ 株主の要求収益率（株主資本コスト）…CAPM

$$k = \beta_i (E[R_M] - R_f) + R_f$$

- ④ 配当成長率…サステイナブル成長率

$$g = ROE \times \text{内部留保率} = ROE \times (1 - \text{配当性向})$$

(2) フリーキャッシュフロー割引モデル

企業全体の資本提供者（株主と債権者）に帰属するフリー・キャッシュフローをFCFF（Free Cash Flow to Firm）、株主に帰属するフリー・キャッシュフローをFCFE（Free Cash Flow to Equity）とし、この割引現在価値の合計により企業価値、ないし株式価値を評価する方法である。協会通信テキストでは、とくにこの方法を「割引キャッシュフロー（DCF：Discounted Cash Flow）法」としている。

① FCFF 割引モデル

割引キャッシュフローの「キャッシュフロー」は、企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフローなので、企業価値（EV：Enterprise Value）を評価するモデルである。割引率には企業全体の資本提供者、すなわち株主と債権者の「加重平均資本コスト（WACC：Weighted Average Cost of Capital）」を用いる。

$$EV_0 = \frac{FCFF_1}{1+WACC_1} + \frac{FCFF_2}{(1+WACC_2)^2} + \frac{FCFF_3}{(1+WACC_3)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFF_t}{(1+WACC_t)^t}$$

ただし、 EV_0 ：企業価値、 $FCFF_t$ ： t 期のフリー・キャッシュフロー、 $WACC_t$ ： t 期の加重平均資本コスト。

企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフロー（FCFF）は、以下のように計算される。

$$FCFF = \text{税引後営業利益} + \text{減価償却費} - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額}$$

ここで税引後営業利益（NOPAT：Net Operating Profit After Taxes）は以下の通り。

$$NOPAT = \text{営業利益} \times (1 - \text{法人税率})$$

割引率の加重平均資本コスト（WACC：Weighted Average Cost of Capital）は、以下のように計算される。

$$WACC = \frac{D}{D+E} \times k_D \times (1-T) + \frac{E}{D+E} \times k_E$$

ただし、 D ：負債価値、 E ：株式価値、 k_D ：負債コスト、 T ：実効税率、 k_E ：株主資本コスト。

負債コスト k_D は、以下の有利子負債利率を用いる場合が多い。

$$k_D = \frac{\text{支払利息}}{\text{有利子負債残高（期首・期末平均）}}$$

証券アナリスト試験の計算問題では、株主資本コスト k_E は配当割引モデル同様、CAPM に基づく期待収益率を用いる場合が多いだろう。

$$k_E = \beta_i(E[R_M] - R_f) + R_f$$

このようにして求められた企業価値から負債価値を引いて、株式価値を計算する。

$$\text{株式価値} = \text{企業価値 (EV)} - \text{負債価値}$$

② FCFE 割引モデル

割引キャッシュフローの「キャッシュフロー」は、株主に帰属するフリー・キャッシュフローなので、株式価値 (V: Value) を評価するモデルである。割引率には株主資本コスト k を用いる。

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{1+k_1} + \frac{FCFE_2}{(1+k_2)^2} + \frac{FCFE_3}{(1+k_3)^3} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFE_t}{(1+k_t)^t}$$

ただし、 V_0 : 株式価値、 $FCFE_t$: t 期のフリー・キャッシュフロー、 k_t : t 期の株主資本コスト。

株主に帰属するフリー・キャッシュフロー (FCFE) は、以下のように計算される。

$$\begin{aligned} FCFE = & \text{親会社株式に帰属する当期純利益} + \text{減価償却費} \\ & - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額} + \text{負債増加額} \end{aligned}$$

フリーキャッシュフロー割引モデルを用いても、配当割引モデル (DDM) を用いても「株式価値」、「株価」について同じ結果が得られる。以下のような場合、将来の配当の予想よりもキャッシュフローの予想の方が容易なため、実際には FCFE 割引モデルや FCFE 割引モデルのようなフリーキャッシュフロー割引モデルが用いられるケースが多いとされる (協会通信テキスト・証券分析とポートフォリオ・マネジメント・第1回「株式価値評価と株式ポートフォリオ戦略」p.17)。

- ・無配企業の場合、将来の配当の予想が難しい。
- ・実際の配当が配当支払い能力と大きく異なる場合、収益予想から配当の予想を導けない。
- ・キャッシュフローが企業収益と連動している場合、収益予想がキャッシュフローの予想に直結する。

Point 1.4.2a : フリー・キャッシュフロー (FCF)

企業全体の資本提供者に帰属するフリー・キャッシュフロー (FCFF)

$$FCFF = \text{税引後営業利益} + \text{減価償却費} - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額}$$

※税引後営業利益 (NOPAT : Net Operating Profit After Taxes)

$$NOPAT = \text{営業利益} \times (1 - \text{法人税率})$$

株主に帰属するフリー・キャッシュフロー (FCFE)

$$FCFE = \text{親会社株主に帰属する当期純利益} + \text{減価償却費} \\ - \text{設備投資額} - \text{正味運転資本増加額} + \text{負債増加額}$$

なお、フリーキャッシュフロー割引モデルの計算問題は、おそらく毎期の資本コスト（割引率）が一定、フリーキャッシュフローが每期一定率で成長する「定率成長モデル」として出題されるだろう。考え方は配当割引モデルの定率成長モデルと同じである。

FCFF 割引モデル

$$EV_0 = \frac{FCFF_1}{1+WACC} + \frac{FCFF_2}{(1+WACC)^2} + \frac{FCFF_3}{(1+WACC)^3} + \dots \\ = \frac{FCFF_1}{1+WACC} + \frac{FCFF_1(1+g)}{(1+WACC)^2} + \frac{FCFF_1(1+g)^2}{(1+WACC)^3} + \dots \\ = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFF_1(1+g)^{t-1}}{(1+WACC)^t} = \frac{FCFF_1}{WACC-g}$$

ただし、 EV_0 : 企業価値、 $FCFF_1$: 1期後（期末）フリーキャッシュフロー、 $WACC$: 加重平均資本コスト、 g : サステイナブル成長率。

FCFE 割引モデル

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_2}{(1+k)^2} + \frac{FCFE_3}{(1+k)^3} + \dots \\ &= \frac{FCFE_1}{1+k} + \frac{FCFE_1(1+g)}{(1+k)^2} + \frac{FCFE_1(1+g)^2}{(1+k)^3} + \dots \\ &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCFE_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t} = \frac{FCFE_1}{k-g} \end{aligned}$$

ただし、 V_0 ：株式価値、 $FCFE_1$ ：1期後（期末）フリーキャッシュフロー、 k ：株主資本コスト、 g ：サステイナブル成長率。

Point 1.4.2b：フリーキャッシュフロー割引モデル

① FCFF 割引モデル（定率成長モデル）

$$EV_0 = \frac{FCFF_1}{WACC-g}$$

ただし、 $FCFF_1$ ：1期後（期末）フリーキャッシュフロー、 $WACC$ ：加重平均資本コスト、 g ：サステイナブル成長率。

加重平均資本コスト

$$WACC = \frac{D}{D+E} \times k_D \times (1-T) + \frac{E}{D+E} \times k_E$$

② FCFE 割引モデル（定率成長モデル）

$$V_0 = \frac{FCFE_1}{k-g}$$

ただし、 $FCFE_1$ ：1期後（期末）フリーキャッシュフロー、 k ：株主資本コスト。

(3) 残余利益モデル

クリーンサープラス関係を前提として配当割引モデルを展開すると、残余利益モデルが導かれる。残余利益モデルによれば、理論株価は期首1株当たり株主資本(BPS)に将来の残余利益の割引現在価値を加えたものとして評価される。

残余利益とは、株主の必要収益を超過した利益（超過利益）である。

$$\begin{aligned} \text{残余利益} &= \underbrace{\text{期首自己資本} \times ROE}_{\text{純利益}} - \underbrace{\text{期首自己資本} \times k}_{\text{必要収益}} \\ &= \text{期首自己資本} \times (ROE - k) \end{aligned}$$

ただし、 ROE ：自己資本利益率、 k ：株主の要求収益率。

したがって、1株当たりの残余利益は以下ようになる。

$$\begin{aligned} 1 \text{株当たりの残余利益} &= BPS_0 \times ROE - BPS_0 \times k \\ &= BPS_0 \times (ROE - k) \end{aligned}$$

ただし、 BPS_0 ：期首1株当たり株主資本。

理論株価 P は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} P_0 &= BPS_0 + \frac{(ROE_1 - k_1)BPS_0}{1 + k_1} + \frac{(ROE_2 - k_2)BPS_1}{(1 + k_2)^2} + \frac{(ROE_3 - k_3)BPS_2}{(1 + k_3)^3} + \dots \\ &= BPS_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^{\infty} \frac{(ROE_t - k_t)BPS_{t-1}}{(1 + k_t)^t}}_{\text{残余利益の現在価値合計}} \end{aligned}$$

ただし、 ROE_t ： t 期の自己資本利益率、 k_t ： t 期の株主の要求収益率（株主資本コスト）、 BPS_{t-1} ： t 期首の1株当たり株主資本。

残余利益モデルの計算問題は、おそらく毎期の株主資本コスト（要求収益率）および ROE が一定、残余利益が每期一定率で成長する「定率成長モデル」として出題されるだろう。考え方は配当割引モデルの定率成長モデルと同じである。

$$\begin{aligned} P_0 &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0}{1 + k} + \frac{(ROE - k)BPS_1}{(1 + k)^2} + \frac{(ROE - k)BPS_2}{(1 + k)^3} + \dots \\ &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)}{(1 + k)^2} + \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)^2}{(1 + k)^3} + \dots \\ &= BPS_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(ROE - k)BPS_0(1 + g)^{t-1}}{(1 + k)^t} \\ &= BPS_0 + \frac{(ROE - k)BPS_0}{k - g} \end{aligned}$$

Point 1.4.3：残余利益モデル

残余利益

$$\text{残余利益} = \text{期首自己資本} \times (ROE - k)$$

1株当たり残余利益

$$\begin{aligned} \text{1株当たり残余利益} &= BPS_0 \times ROE - BPS_0 \times k \\ &= BPS_0 \times (ROE - k) \end{aligned}$$

残余利益モデル（定率成長モデル）

$$P_0 = BPS_0 + \frac{(ROE - k) BPS_0}{k - g}$$

Point Check

1.4.3

◀2023.AM.5▶

A社は負債を保有せず当期首BPSは1,600円である。A社はROEが10%、配当性向が30%でいずれも一定とする。

- (1) A社のサステイナブル成長率を計算しなさい。
- (2) 株主の要求収益率を9%とし、残余利益モデルを用いてA社の理論株価を計算しなさい。

Answer

- (1) $g = ROE \times (1 - d) = 0.1 \times (1 - 0.3) = 7\%$ ただし、 d ：配当性向。
- (2) $P_0 = 1,600 + \frac{1,600 \times (0.1 - 0.09)}{0.09 - 0.07} = 2,400$ 円

5 売買執行のリスクとコスト

実際に証券の売買を行う場合、取引コストが問題となる。ここでは、株式の取引システムと執行方法、取引コストとその分解について取り上げる。

(1) 取引システムと執行方法

日本の上場銘柄は個別競争取引（オーダードリブン型）で取引されており、ここでは価格優先の原則と時間優先の原則が適用される。

価格優先の原則…買いでは高い値段をつけた注文が、売りでは低い値段をつけた注文が優先して執行される。

時間優先の原則…同じ値段であれば先に発注された注文が優先して執行される。

また、1998年12月に上場株式の取引所集中義務が撤廃されたことから、上場株式についても様々な執行形態が採られるようになったが、ここでは執行方法をいくつかに分類してその特徴について見ていく。

① 指値注文と成行注文

	指値注文	成行注文
方法	売買の際、売りたい値段、買いたい値段を指定する注文。	売買の際、値段を指定しない注文。
特徴	自分で値段を指定できるので想定外の約定価格がつくことはないが、売買相手となるのに適当な注文がなければ、約定のつかないリスク（機会コスト）がある。	値段を指定しないため早く確実に注文を執行したいとき有利だが、自身の大口注文により市場価格が変動し、約定価格が最良気配より不利な水準になるリスク（マーケット・インパクト）がある。

② 委託取引と決め取引

	委託取引	決め取引
方法	投資家の注文を証券会社が仲介して取引所で行う取引。	投資家の注文を、取引所を通さず証券会社自身が取引の相手方となる取引。
特徴	証券会社は取引を仲介するだけで自らリスクを負わない。	証券会社は自らの資金を使い、かつ投資家から購入した株式は在庫となるため価格変動リスクを負うことになる。

③ 一括執行と分割執行

	一括執行	分割執行
方法	売買予定株数の執行を一度に行うこと。	売買予定株数の執行を、時間をあけて分割して行うこと。
特徴	機関投資家のような巨大運用機関が一銘柄に大量の注文執行を一括で行うと、マーケット・インパクトが発生しやすい。	マーケット・インパクトは小さくできるが、時間の経過による価格変動リスク（タイミング・リスク）を負うことになる。

④ バスケット取引とVWAP取引

	バスケット取引	VWAP取引
方法	<p>一般に、15銘柄以上、売買代金1億円以上を一括して売買する手法。ファンドの新規開設や資金追加に対応するための買いバスケット、解約や配当支払に対応するための売りバスケットのほかに、ポートフォリオの構成銘柄を入れ替えるための売買がセットになったバスケット取引もある。</p>	<p>VWAP取引： その日のVWAP (Volume Weighted Average Price：出来高加重平均株価) に近い価格で執行を依頼する注文</p> <p>VWAP取引の種類</p> <ul style="list-style-type: none"> ・VWAPギャランティ取引 VWAP価格での執行を保証し、証券会社が自己ポジションで引き取る取引 ・VWAPターゲット取引 できる限りVWAP価格に近づける努力をする取引
特徴	<p>バスケット取引を決め取引で受ける場合、証券会社は投資家から受け取るベース・コスト（委託手数料換算分＋価格変動リスク負担分）が収益となる。</p>	<p>取引時間中に分割して執行することでマーケット・インパクトが小さくできる。 執行時間が分散され、タイミング・リスクを市場並に抑制できる。</p>

(2) 取引コストとその分析

取引コストには委託手数料以外にも様々なコストが含まれ、リターンに大きな影響を及ぼす。そして、取引コストを分析する手法として有力なものにインプリメンテーション・ショートフォール (IS) 法がある。この手法は、売買計画とその実行結果の乖離をコストとして捉え、それを要因分解する方法で、次表のように、取引コストを機会コストを含めて次のように要因別に分解し、それを総合的に把握しようとするのがその特徴である。

		種 類	意 味	計 算 式
取引コスト	潜在的コスト	明示的 コスト	委託手数料、税金	
		スプレッド コスト	ビッド（売手にとっての最良気配）とアスク（買手にとっての最良気配）の差をビッド・アスク・スプレッドといい、スプレッドが大きい証券は取引コストが大きくなる。	(執行前)最良売気配 －最良買気配
	機会コスト	マーケット インパクト	投資家の注文サイズが大きいとき、その注文が市場価格に影響を与え、その時点の最良気配値よりも不利な水準で約定することがある。これをマーケットインパクトと呼ぶ。	買い注文時 約定価格－最良売気配値 売り注文時 最良買気配値－約定価格
		タイミング コスト	投資意思決定をしてから注文執行を行うまでの時間の経過に伴う価格変動コスト。通常、前日終値から執行タイミングまでの価格変化のことをいう。	買い注文時 (執行前) 最良買気配 －参照価格 売り注文時 参照価格 －(執行前) 最良売気配
		遅延 コスト	マーケットインパクトを回避するため大口注文を小口に分割して発注すると、発注に遅延が生じて価格が変化するリスクがある。これを遅延コストと呼ぶ。	買い注文時 (遅延注文執行前)最良買気配 －参照株価 売り注文時 参照株価 －(遅延注文執行前)最良売気配

注) 本来的な定義からするとスプレッド・コストは、
 買い執行時

$$\text{最良売気配値} - \text{執行時の株価}$$

 売り執行時

$$\text{執行時の株価} - \text{最良買気配値}$$

 で計算される。

(3) 投資スタイルと執行コスト

株式ポートフォリオ戦略には様々な投資スタイルがあり、各投資スタイルにはそれぞれ最適な執行方法があると考えられる。ここでは前述した各種コストについて、最適な執行戦略を考える上で主な特徴を投資スタイル毎に見ていく。

① パッシブ運用

ベンチマーク・インデックスは取引コストがかからない。そのためパッシブ運用ファンドはそれから差をつけられないように取引コスト全体の最小化を目指さなければならない、特に次の点に注意する必要がある。

種類	摘要
機会コスト	ファンドがベンチマークに追随しないトラッキング・エラーは毎日の引け値ベースで計測される。それを抑制するため、購入する全銘柄がその日の引け値に近い価格で約定できるような手法が望ましい。
マーケット・インパクト	トラッキング・エラーを抑制するため、あらかじめ先物でヘッジしておき、現物の分割執行にあわせて先物ポジションを手仕舞う方法等が利用される。

② アクティブ運用

アクティブ運用は投資スタイルにより最適執行戦略がさらに多様になるため、スタイル別にその特徴を見ていく。

アクティブ運用ファンド		小型株ファンド
ゲロース型	<ul style="list-style-type: none"> この運用手法では他の市場参加者が気づく前に対象企業の株式を購入する必要があるため、取引の即時性が優先される。 マーケット・インパクト等の取引コストが大きくても、それ以上の超過収益が期待できれば投資する価値があるため、ネット超過収益（＝期待超過収益－取引コスト）の大きさを判断するかどうかを判断する。 	<ul style="list-style-type: none"> 出来高が少ないためマーケット・インパクトが発生しやすい。 出来高が少なく、細かく分割執行する必要があるため完了するまで時間がかかり、機会コストが発生しやすい。
バリュート型	<ul style="list-style-type: none"> 株価水準が重要で取引の即時性はそれほど重要ではない。 	

章末問題

問題 1

X厚生年金基金では、国内株式の新たな運用会社の採用を検討している。現在週上に上っている運用会社はA社とB社の2社であり、両社は国内株式全般を対象とした個別銘柄選択によるアクティブ運用を標榜している。

図表1は、両社のポートフォリオのリターンとベンチマークであるTOPIXのリターンの月次データを要約したものである。

図表1 新たな運用会社及びTOPIXの月次リターン

	平均	標準偏差	相関係数		
			A社	B社	TOPIX
A社	-0.63%	6.51%	1.00	0.94	0.98
B社	-0.21%	5.97%		1.00	0.96
TOPIX	-0.75%	5.83%			1.00

問1 図表1に示された月次リターンは、それぞれ、同一の正規分布に従っているとするとする。

- (1) 各月のリターンの系列相関はゼロとして、A社の年率リターンの平均及び標準偏差を求めなさい。また、もし各月のリターン間に正の相関がある場合、この結果はどのようになりますか。
- (2) リターンがベンチマークを下回る可能性について検討することにした。ある月において、B社のリターンがTOPIXのリターンを下回る確率を求めなさい。

図表2は、両社のポートフォリオの超過収益率を従属変数、TOPIXの超過収益率を独立変数とする回帰分析の結果を示している。サンプルは過去60ヵ月の月次データである。

図表 2 新たな運用会社のポートフォリオの回帰分析結果

	アルファ (%)	ベータ	決定係数
A社	0.19 (0.20)	1.09 (0.03)	0.953
B社	0.53 (0.24)	0.98 (0.04)	0.916

注：表中のカッコ内の数値は推定値の標準誤差を示している。

図表 3 t -分布表（上側確率ポイント）

自由度	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259
110	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213
120	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174

※表の読み方：

例えば、自由度10の t -分布の上側5パーセント・ポイントは1.8125である。

問2 図表2に示された決定係数について、次の問いに答えなさい。

- (1) 回帰分析において「決定係数」とは何を示すか、簡潔に述べなさい。
- (2) アクティブ運用の度合いが高いのはどちらの運用会社と考えられるか。理由とともに示しなさい。

問3 図表2に示されたカッコ内の標準誤差に関連して、次の問いに答えなさい。

- (1) 回帰分析においてカッコ内の「標準誤差」とは何を示すか、簡潔に述べなさい。
- (2) 両社は個別銘柄選択能力に優れていることをセールスポイントにしている。これを検討するために、A社のポートフォリオについて、銘柄選択能力が並かどうかの仮説検定を行いなさい。

両社のトレーディング能力を評価するために、インプリメンテーション・ショートフォール（IS）法を使うことにした。

解答

問1 (1) 平均：-7.56% 標準偏差：22.55%

〔計算過程〕

$$\text{平均} \quad -0.63\% \times 12 = -7.56\%$$

$$\text{標準偏差} \quad 6.51\% \times \sqrt{12} = 22.551\% \approx 22.55\%$$

各月のリターン間の相関がプラスの場合：

$$\text{平均} \quad \text{変わらない}$$

$$\text{標準偏差} \quad \text{大きくなる}$$

(2) 37%

〔計算過程〕

B社リターンとTOPIXリターンの差 (ER_B) について、

$$\text{平均} \quad -0.21\% - (-0.75\%) = 0.54\%$$

$$\text{標準偏差} \quad \sqrt{5.97^2 + 5.83^2 - 2 \times 0.96 \times 5.97 \times 5.83} = 1.674\% \approx 1.67\%$$

求める確率

$$\text{Prob}\{ER_B < 0\} = \text{Prob}\left\{z < \frac{0 - 0.54\%}{1.67\%} = -0.32\right\} = 1 - 0.6255 = 0.3745 = 37\%$$

問2 (1) 被説明変数の変動（分散）のうち回帰モデルによって説明可能な変動（分散）の割合で、モデルの説明力を表す。この値が1に近いほど、モデルの説明力が高い。

(2) B社

理由：アクティブ運用はベンチマークから乖離させた運用によってベンチマークを上回るリターンを求める運用であるが、決定係数はB社の方がA社に比べて低く、ベンチマークからより乖離させた運用を行っていると考えられる。

問3 (1) パラメータ（アルファやベータ）に対する推定量の標準偏差。この値が小さいほど、パラメータの推定の精度が高いことを意味する。

(2) A社のアルファのt値は $\frac{0.19 - 0}{0.20} = 0.95$ と低く、「A社の銘柄選択能力は並である」という仮説は棄却されない。

解説

問1 (1) 各月のリターンが同一で、かつ、互いに無相関である（リターンに系列相関がない）場合、月次リターンと年次リターンとの関係は、
 平均値 $\mu_{annual} = 12 \times \mu_{monthly}$ （年率平均=12×月率平均）

$$\text{標準偏差 } \sigma_{annual} = \sqrt{12} \times \sigma_{monthly}$$

（年率標準偏差=√12×月率標準偏差）

ただし、 μ_{annual} ：年率平均、 $\mu_{monthly}$ ：月率平均、
 σ_{annual} ：年率標準偏差、 $\sigma_{monthly}$ ：月率標準偏差

で求められる。このように表されるのは、

$$R_{annual} = R_1 + R_2 + \dots + R_{12}$$

ただし、 R_{annual} ：年次リターン、 R_t ： t 月目のリターン（ $t=1,2,\dots,12$ ）、
 より、

$$\mu_{annual} = E[R_1] + E[R_2] + \dots + E[R_{12}] = 12 \times \mu_{monthly} \quad \because \text{同一分布}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{annual}^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{12}^2 \\ &\quad + 2 \times \left(\begin{array}{c} \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 + \rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3 + \dots + \rho_{1,12}\sigma_1\sigma_{12} \\ + \rho_{2,3}\sigma_2\sigma_3 + \dots + \rho_{2,12}\sigma_2\sigma_{12} \\ + \dots \\ + \rho_{11,12}\sigma_{11}\sigma_{12} \end{array} \right) \\ &= 12 \times \sigma_{monthly}^2 + 2 \times \left(\begin{array}{c} \rho_{1,2} + \rho_{1,3} + \dots + \rho_{1,12} \\ + \rho_{2,3} + \dots + \rho_{2,12} \\ + \dots \\ + \rho_{11,12} \end{array} \right) \times \sigma_{monthly}^2 \quad \because \text{同一分布} \\ &= 12 \times \sigma_{monthly}^2 \quad \because \text{独立分布} \\ \therefore \sigma_{annual} &= \sqrt{12} \times \sigma_{monthly} \end{aligned}$$

となるからである。

以上の導出過程から分かるように、

- 年率平均が月率平均の12倍になることについては、系列相関が0かどうかは無関係である。

⇒系列相関がプラスになっても、年率平均が月率平均の12倍であることに変化はない。

・年率標準偏差が月率標準偏差の $\sqrt{12}$ 倍になることについては、系列相関が0であることを利用している。

⇒系列相関がプラスになると、年率標準偏差は月率標準偏差の $\sqrt{12}$ 倍よりも大きくなる。

(2) B社のリターンを R_B 、TOPIXのリターン R_{TOPIX} とし、B社リターンのTOPIXリターンに対する超過収益率を ER_B とすると、

$$ER_B = R_B - R_{TOPIX}$$

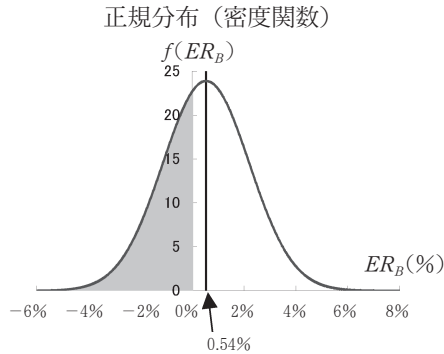
である。ここで求めるべき「B社のリターンがTOPIXのリターンを下回る確率」は $\text{Prob}\{ER_B < 0\}$ と表すことができ、 R_B 及び R_{TOPIX} が正規分布に従うことから ER_B も正規分布に従うことを利用してこの確率を求めればよい。

ところで、超過収益率 ER_B の平均 μ_{ER_B} と標準偏差 σ_{ER_B} は、

$$\mu_{ER_B} = E[R_B] - [R_{TOPIX}] = -0.21\% - (-0.75\%) = 0.54\%$$

$$\sigma_{ER_B} = \sqrt{5.97^2 + 5.83^2 - 2 \times 0.96 \times 5.97 \times 5.83} = 1.674... \approx 1.67\%$$

となるから求める確率は、次の図のシャドー部分である。

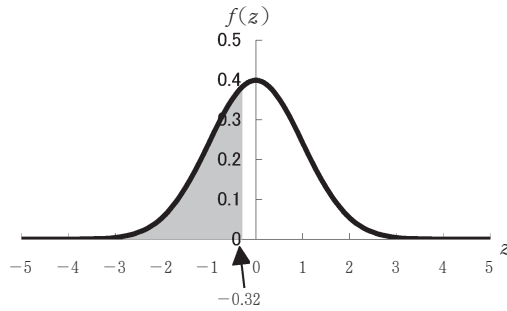


この確率を求めるために、標準化すれば、

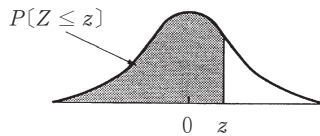
$$z = \frac{ER_B - \mu_{ER_B}}{\sigma_{ER_B}} = \frac{0 - 0.54\%}{1.67\%} = -0.32$$

となるから、求める確率は $\text{Prob}\{ER_2 < 0\} = \text{Prob}\{z < -0.32\}$ となり、次の標準正規分布のグラフ上のシャドー部分である。

標準正規分布（密度関数）



標準正規分布表を見ると、



z	.00	.01	.02	.03	...
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	
...					

$\text{Prob}\{z < 0.32\} = 0.6255$ であることと、正規分布の左右対称性、及び、全体の（＝何らかの値をとりうる）確率は1であることから、
 $\text{Prob}\{ER_2 < 0\} = \text{Prob}\{z < -0.32\} = 1 - \text{Prob}\{z < +0.32\} = 1 - 0.6255 = 0.3745$
 と求められる。

問2 (1) 「決定係数」(R^2)

回帰分析において、必ず読めるようにしておきたい数値の1つである「決定係数」に関する問題である。決定係数(R^2)は、被説明変数の変動(分散)のうち回帰モデルによって説明できる変動(分散)の割合であり、モデルの説明力を表す数値である。この値が1に近いほどモデルの説明力は高いとされる。

以上をやや詳しく触れると以下の通り。

回帰式が推定されると、被説明変数の変動(TSS:総変動和)は、説明変数によって説明される変動(ESS:回帰変動和)と、残差の変動(RSS:残差変動和)に分解することができる。

$$\text{TSS} = \text{ESS} + \text{RSS}$$

総変動和 回帰変動和 残差変動和

このとき、決定係数(R^2)は、総変動和に占める回帰変動和の割合として

$$R^2 = \frac{\text{ESS}}{\text{TSS}}$$

で定義され、元データに対して推定回帰式がどの程度フィットするか、すなわち、モデルの説明力を表す。

- (2) アクティブ運用は、ベンチマークから乖離した運用を行うことによりベンチマークを上回るリターンを狙う運用方法である。したがって、アクティブ運用の度合いは、ベンチマークから乖離した運用をどの程度行っているかを数量的に判断すればよい。本問では、ポートフォリオの超過収益率をベンチマークの超過収益率に回帰した結果が示されているから、決定係数(R^2)が小さいほどアクティブ運用の度合いが高いと判断すればよい。

問3 (1) カッコの中に示された「標準誤差」

前問の決定係数(R^2)と並んで、回帰分析において必ず読めるようにしておきたい数値の1つである。

標準誤差とは、モデル・パラメータ（アルファやベータ）の推定量の標準偏差のことをいう。この値が小さいほど、推定値に含まれる推定誤差が小さいことを意味し、それだけ、推定精度が高いことを意味する。この値は、パラメータの仮説検定や信頼区間の推定に用いられる。

(2) 仮説検定

「銘柄選択能力が並かどうか」をみるので、定数項（アルファ）の仮説検定を行う。「銘柄選択能力が並か」「銘柄選択能力が並でないか」を検定するため、

帰無仮説 (H_0) : $\alpha = 0$ … 「銘柄選択能力は並である」

対立仮説 (H_1) : $\alpha \neq 0$ … 「銘柄選択能力は並でない」

とする両側検定を行う。

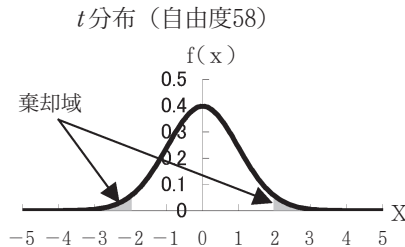
回帰係数（アルファやベータ）の仮説検定における検定統計量は t 統計量であり、

$$t \text{ 値} = \frac{\text{推定値} - \text{仮説値}}{\text{標準誤差}}$$

で計算する。一般的な仮定の下では、 t 統計量は「サンプル数－説明変数の個数－1」の t 分布に従うことを利用して、

- t 値が棄却域に入れば、帰無仮説 (H_0) は棄却される。
- t 値が棄却域に入らなければ、帰無仮説 (H_0) は棄却されない。

と判断する。



A社のアルファの t 値については、 $t \text{ 値} = \frac{0.19 - 0}{0.20} = 0.95$ である。

棄却域を設定するには、有意水準（「帰無仮説が正しいにも関わらず、帰無仮説を棄却してしまう」という第1種の過誤をおかす確率で、棄却域の面積に相当する）を決める必要があるが、しばしば、 t 値（絶対値）2.0を臨界値に設定することが多い（※）。すなわち、

t 値（絶対値） $>2.0 \Rightarrow$ 帰無仮説（ H_0 ）は棄却される。

t 値（絶対値） $<2.0 \Rightarrow$ 帰無仮説（ H_0 ）は棄却されない。

と判定する。

A社のアルファの t 値は0.95と（2.0より）低く、帰無仮説（ H_0 ）は棄却されず、「銘柄選択能力は並である」ことは否定されないことになる。

（※） t 値（絶対値）2.0を臨界値にする理由

サンプル数が60程度で、両側検定（有意水準5%）を行う場合には、 t 値（絶対値）2.0を臨界値とすればよい。

これは、自由度が60のとき、有意水準を両側5%（したがって、片側2.5%）とすると、 t 分布の上側2.5%点は2.000であることによっている。サンプル数60の単純回帰分析では、 t 統計量は自由度 $=60-1-1=58$ の t 分布に従うので自由度はほぼ60に近く、両側検定を有意水準5%で行えば、臨界値は2.0にすればよいとの考え方に基づく。