

No. 116 崩壊荷重 (山形ラーメン)

B

□□□

H2604

図-1のような山形ラーメンに作用する水平荷重 P を増大させたとき、山形ラーメンは図-2のような梁端部に塑性ヒンジを生じる崩壊機構を示し、そのときの水平荷重の大きさは P_u であった。次の記述のうち、最も不適当なものはどれか。ただし、梁の全塑性モーメントは M_p とする。

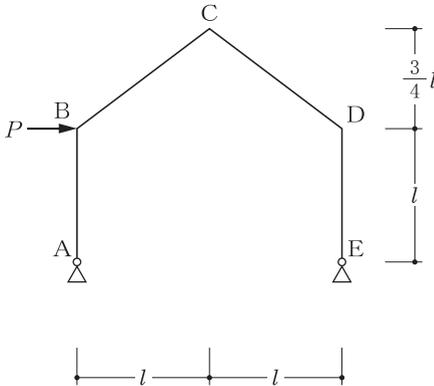


図-1

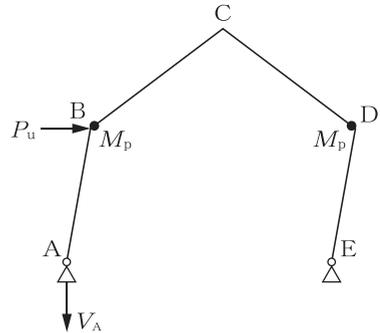
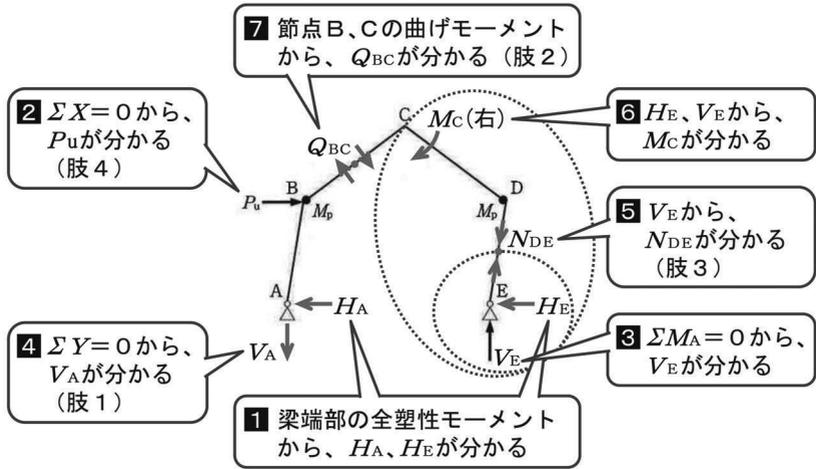


図-2

1. A点の垂直反力 V_A は $\frac{M_p}{l}$ である。
2. 梁BCのせん断力は $\frac{7M_p}{4l}$ である。
3. 柱DEの軸力は $\frac{M_p}{l}$ の圧縮力である。
4. 水平荷重 P_u は $\frac{2M_p}{l}$ である。

解 説

設問は不静定ラーメンなので、つりあい条件式だけでは反力を求められないが、梁の両端部がともに全塑性モーメント M_p であることを利用すると、反力 H_A 、 H_E が分かり、 V_A 、 V_E も分かる。反力が分かれば、応力も分かる。はじめに、次図に解法の流れを示す。



反力 H_A 、 V_A 、 H_E 、 V_E を図のよ
うに仮定する。

〔水平反力を求める〕

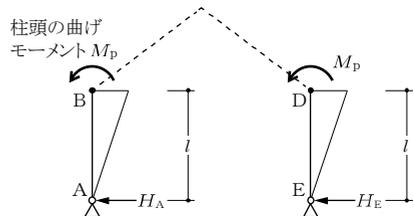
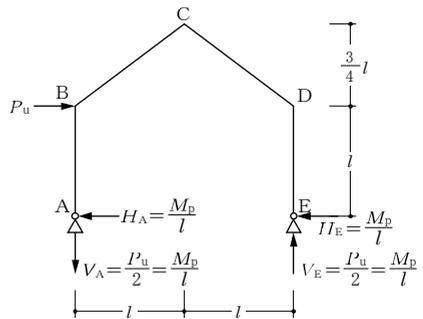
設問の図-2より、梁の両端部が全塑性モーメント M_p であることから、柱AB及び柱DEの柱頭の曲げモーメントも M_p であることがわかる。したがって、

$$\text{柱ABについて、} M_p = H_A \times l$$

$$\therefore H_A = \frac{M_p}{l}$$

$$\text{柱DEについても、} M_p = H_E \times l$$

$$\therefore H_E = \frac{M_p}{l}$$



4. $\Sigma X = 0$ より、 $P_u - H_A - H_E = 0$

$$\therefore P_u = H_A + H_E = \frac{M_D}{l} + \frac{M_D}{l} = \frac{2M_D}{l}$$

1. [鉛直反力を求める]

$\Sigma M_A = 0$ より、 $(P_u \times l) - (V_E \times 2l) = 0$

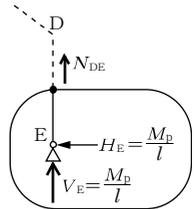
$$\therefore V_E = P_u / 2 = \frac{M_D}{l} \quad (\text{上向き})$$

$\Sigma Y = 0$ より、 $-V_A + V_E = 0$

$$\therefore V_A = V_E = \frac{M_D}{l} \quad (\text{下向き})$$

3. 柱DEの軸力 N_{DE} は、部材DEを切断した下側で計算する。 $\Sigma Y = 0$ より、

$$N_{DE} = -\frac{M_D}{l} \quad (\text{圧縮力})$$



2. C点の曲げモーメントを求める。

M_C はC点で切断した右側で計算する。

$\Sigma M_C = 0$ より、

$$-M_C + \left(\frac{M_D}{l} \times \frac{7}{4}l\right) - \left(\frac{M_D}{l} \times l\right) = 0$$

$$M_C = \frac{3}{4} M_D \quad (\text{上端引張り})$$

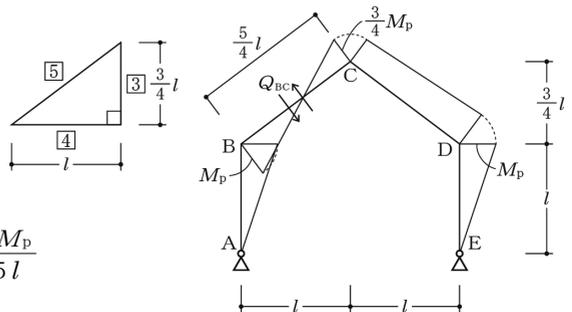
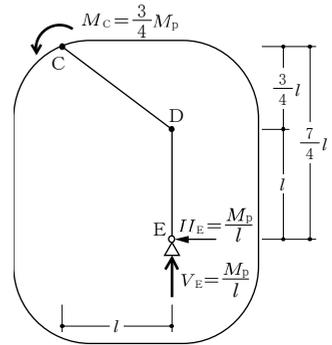
梁BCのせん断力 Q_{BC} は、節点B、Cの曲げモーメントを用いて計算する。梁BCの長さは、直角三角形の辺の比

(3 : 4 : 5) より $\frac{5}{4}l$

である。したがって、梁BCのせん断力 Q_{BC} (絶対値)は

$$Q_{BC} = \frac{\left(M_D + \frac{3}{4}M_D\right)}{\left(\frac{5}{4}l\right)} = \frac{7M_D}{5l}$$

正答は2である。



[参考] 4. の水平荷重 P_u (崩壊荷重) は、
 仮想仕事の原理 (外力の仕事と内力の仕事は等しい) から求めることもできる。
 柱の回転角を θ とすると、各塑性ヒンジ
 の回転角は、図のようになる。

①外力の仕事 = $P_u \times \delta = P_u \times l \theta$

②内力の仕事 = $M_p \times \theta$ (梁左端) + M_p
 $\times \theta$ (梁右端) = $2 M_p \theta$

① = ②より、 $P_u \times l \theta = 2 M_p \theta \quad \therefore P_u = \frac{2 M_p}{l}$

