第7問　答案用紙＜1＞
(統　計　学)

問題 1

問 1

$\frac{2}{25}$

問 2

$\frac{5}{8}$

問 3

8枚

問 4

$\frac{14}{2475}$

第7問 答案用紙 <2>
(統 計 学)

問題２

問１

平均	標準偏差
160 (分)	5.74 (分)

問２

0.96

問３

1537 (個以上)

問４

(検定の詳細と結論)

作業Bの作業時間について大きさ1000の標本を，作業Cの作業時間について大きさ1250の標本を，それぞれ無作為抽出したとき，作業Bの作業時間の標本平均 $\bar{X}_B$ の標準偏差が3，作業Cの作業時間の標本平均 $\bar{X}_C$ の標準偏差が4であることが既知であれば，検定統計量Zとして，

$$Z=\frac{\bar{X}_B-\bar{X}_C}{\sqrt{\frac{3^2}{1000}+\frac{4^2}{1250}}}$$

をもちいる。このZは，帰無仮説H_0のもとで，標準正規分布に従うので，有意水準0.05における両側検定の棄却域は，$|Z|\geqq 1.96$となる。

この検定統計量Zの値zは，$\bar{X}_B$の値が31，$\bar{X}_C$の値が30のとき，

$$z=6.772\cdots$$

と求められるので，帰無仮説H_0が棄却され，作業B，C間で平均作業時間に差があることが統計的に有意となる。

問５

0.26

第7問 答案用紙 <3>

(統　計　学)

問題３

問１	500
問２	0 (%)
問３	4.0 (%)

【解答への道】

Ⅰ　合格ライン

問題 1

条件つき確率とベイズの定理，期待値，場合の数を用いた確率計算の問題である。ＴＡＣの答練でも繰り返し出題している内容であり，基本的な問題である。素点で６割程度の正答率が望まれる。

問題 2

正規分布の再生性，標準正規分布表を用いた確率計算，標本数の決定，平均の差の検定，二項分布に関する問題である。ＴＡＣの答練でも繰り返し出題している内容であり，基本的～標準的な典型問題である。素点で６割程度の正答率が望まれる。

問題 3

幾何平均を用いた平均変化率の計算を中心とした問題である。オーソドックスな問題であり，素点で７割程度（３箇所中２箇所程度）の正答が望まれる。本年度は答練での直接の出題はなかったが，入門講義や論文直前講義で扱った基本的な内容であり，完答も十分可能である。

得点すべき箇所，特に各問の前半部分での確実な得点が望まれる。全体として，第７問の合格ラインは，素点で６～７割程度と考えられる。

Ⅱ　答練との対応関係

問題 1

論文基礎答練第４回　第１問 問題 1　　論文応用答練第１回　第１問 問題 3

論文応用答練第２回　第１問 問題 1　　論文直前答練第１回　第１問 問題 3

論文直前答練第２回　第１問 問題 3　　論文直前答練第３回　第１問 問題 2

論文直前答練第４回　第１問 問題 2

問題 2

論文基礎答練第１回　第２問 問題 1　　論文基礎答練第２回　第２問 問題 2

論文基礎答練第３回　第１問 問題 3　　論文基礎答練第３回　第２問 問題 2

論文基礎答練第４回　第１問 問題 2　　論文応用答練第１回　第１問 問題 3

論文応用答練第２回　第１問 問題 2　　論文直前答練第１回　第１問 問題 2

論文直前答練第１回　第２問 問題 1

問題 3

論文基礎答練第２回　第１問 問題 1　　論文式全国公開模試第１回　第７問 問題 3

問題 1

問1　この日に処理した100枚の伝票のうち，入社5年目，入社3年目，入社1年目の社員が処理した伝票の割合は，それぞれ，$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$，$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$，$\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$である。したがって，無作為に選んだ1枚の伝票に間違いがある確率は，選んだ伝票が「入社5年目の社員が処理し，かつ，間違いがある伝票である同時確率」，「入社3年目の社員が処理し，かつ，間違いがある伝票である同時確率」，「入社1年目の社員が処理し，かつ，間違いがある伝票である同時確率」の合計で求められる周辺確率であり，

$$\text{確率}=\frac{2}{5}\times\frac{1}{40}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{25}\ (=0.08)$$

と求められる。

問2　題意の条件つき確率は，前問で求めた周辺確率$\frac{2}{25}$を分母とし，「入社1年目の社員が処理し，かつ，間違いがある伝票である同時確率」$\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$を分子とすることにより，

$$\text{条件付確率}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{2}{25}}=\frac{5}{8}\ (=0.625)$$

と計算される。

問3　確率変数Xの期待値$E(X)$は，

$$E(X)=100\times\frac{2}{25}=8$$

ないしは，

$$E(X)=40\times\frac{1}{40}+40\times\frac{1}{20}+20\times\frac{1}{4}=8$$

と求められる。

問4　本問の伝票100枚には，間違った伝票が，前問で求めた期待値と等しく8枚含まれている。伝票100枚から2枚を無作為に選ぶとき（非復元抽出），2枚ともに間違いがある確率は，

$$\text{確率}=\frac{{}_8C_2}{{}_{100}C_2}=\frac{8\times7}{100\times99}\times\frac{2\times1}{2\times1}=\frac{14}{2475}$$

と計算できる。

問題 2

問1　4つの作業Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの全てが終了し，この部品が製品になるまでに要する時間の分布は，互いに独立な正規分布に従う4つの確率変数の和の分布であり，平均，分散，標準偏差は以下のように計算できる。

$$\text{平均}=30+40+40+50=160\ (\text{分})$$

$$\text{分散}=2^2+3^2+4^2+2^2=33\ (\text{分}^2)$$

$$\text{標準偏差}=\sqrt{33}=5.7445\cdots\fallingdotseq5.74\ (\text{分})\ (\text{小数第3位を四捨五入})$$

問2　前問の計算結果と正規分布の再生性により，4つの作業Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの全てが終了する時間（単位：分）は，平均160，分散33（標準偏差$\sqrt{33}$）の正規分布にしたがう。そのため，この時間が170分以内となる確率は，標準

正規分布に従う確率変数を Z とすると，

$$\Pr(Z \leqq \frac{170-160}{\sqrt{33}}) = \Pr(Z \leqq 1.7407\cdots) \fallingdotseq \Pr(Z \leqq 1.74)$$

と表すことができる。標準正規分布表より，$\Pr(Z \geqq 1.74) = 0.0409$であるから，

$$\Pr(Z \leqq 1.74) = 1 - 0.0409 = 0.9591 \fallingdotseq 0.96 \text{（小数第3位を四捨五入）}$$

と求められる。

問3　標準正規分布の上側2.5%点は，標準正規分布表より1.96である。標本の大きさを n とすると，信頼区間の幅は，

$$2 \times 1.96 \times \frac{2}{\sqrt{n}}$$

と表される。これが0.2以下となるような n は，以下のような条件を満たす。

$$2 \times 1.96 \times \frac{2}{\sqrt{n}} \leqq 0.2$$

$$\sqrt{n} \geqq 39.2$$

$$\therefore \quad n \geqq 1536.64$$

n は整数であるから，標本の大きさ n は「1537個以上」とすればよい。

問4　解答を参照のこと。

問5　製品の不良率が0.01である場合，100個の製品中に，不良品が含まれない（不良品が0個の）確率は，

$$\text{確率} = 0.99^{100} = 0.99 \times 0.99^{99} = 0.99 \times 0.37 = 0.3663$$

と計算できる。また，100個の製品中，不良品が1個見つかる確率は，

$$\text{確率} = {}_{100}C_1 \times 0.01 \times 0.99^{99} = 100 \times 0.01 \times 0.37 = 0.37$$

と計算できる。100個の製品中，不良品が2個以上見つかる確率は，これらの余事象の確率であり，

$$\text{確率} = 1 - (0.3663 + 0.37) = 0.2637 \fallingdotseq 0.26 \text{（小数第3位を四捨五入）}$$

と求められる。

問題 3

問1　2014年の企業Ｐの売上高は，2011年の売上高が1000であることと，表2に示されている売上高の2012年～2014年の対前年変化率より，以下のように求められる。

$$\text{2014年の企業Pの売上高} = 1000 \times (1+1.00) \times (1-0.50) \times (1-0.50)$$
$$= 1000 \times 2 \times 0.5 \times 0.5 = 500$$

問2　表に示される10年間（10期間）において，企業Ｐの売上高は，「2倍」が3期間，「変化無し」が4期間，「0.5倍」が3期間となっていることがわかる。そのため，企業Ｐの売上高のこの10年間の最終増加倍率は，1倍である。

したがって，企業Ｐの売上高のこの10年間の平均変化率は，0%である。

問3　表に示される8年間において，企業Ｐの売上高の最終増加倍率は，

$$\begin{aligned}\text{最終増加倍率} &= (1+0.043) \times (1-0.028) \times (1+0.065) \times (1+0.029) \\ &\quad \times (1-0.010) \times (1-0.091) \times (1+0.153) \times (1+0.184) \\ &= 1.043 \times 0.972 \times 1.065 \times 1.029 \times 0.990 \times 0.909 \times 1.153 \times 1.184 = 1.36488\cdots\end{aligned}$$

となっている。したがって，企業Ｐの売上高のこの8年間の平均変化率は，

$$\text{平均変化率} = \sqrt[8]{1.36488\cdots} - 1 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{1.36488\cdots}}} - 1$$

$$= 0.03964\cdots \quad \rightarrow \quad 4.0\% \text{（%表記，小数第2位を四捨五入）}$$

と計算できる。なお，8乗根については，電卓のルート($\sqrt{\ }$)ボタンを3回押すことにより求められる（注）。

（注）一般に，2^n 乗根（n＝1，2，3，…）は，ルート($\sqrt{\ }$)ボタンをn回押すことにより，通常の（関数電卓ではない）電卓でも求められる。

第8問 答案用紙 ＜1＞
(統 計 学)

問題 1

問 1

2018.8

問 2

2023 年 3 月 28 日

問 3

(1)

ア

2292.3

(2)

2295.6
(2295.5でも正解と思われる)

(3)

(値)

4792.3

(計算過程)

十分に遠い日に，TOPIXの予測値がある値に収束する定常状態となることを仮定するとき，$X_t = X_{t-1}$が成立する。このとき，回帰分析の結果は，

$$X_t = 6.23 + 0.9987X_t$$

と示される。これより，

$$(1 - 0.9987)X_t = 6.23$$

となるので，$X_t = 6.23 \div (1 - 0.9987) = 4792.307\cdots \fallingdotseq 4792.3$と求められる。

第8問　答案用紙＜2＞
(統　計　学)

問題２

問１

(製造業)

4.33　(%)

(非製造業)

－3.33　(%)

問２

(検定の詳細と結論)

帰無仮説H_0と対立仮説H_1を，

$$H_0 : p_{A1} = p_{B1}, \quad H_1 : p_{A1} \neq p_{B1}$$

と設定する。帰無仮説$H_0 : p_{A1} = p_{B1} = p$が正しいとき，製造業における景況感を良いとする標本比率を $\hat{p}_{A1}$，非製造業における景況感を良いとする標本比率を $\hat{p}_{B1}$ として，検定統計量Zを，

$$Z = \frac{\hat{p}_{A1} - \hat{p}_{B1}}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{1500} + \frac{1}{1500}\right)}}$$

とすると，このZは標準正規分布に従う。このため，有意水準0.05における両側検定の棄却域は，｜Z｜≧1.96となる。ここで，検定統計量Zに含まれるpを，

$$\hat{p} = \frac{715 + 650}{1500 + 1500} = 0.455$$

で推定した場合，検定統計量Zは，大標本において，帰無仮説H_0のもとで，近似的に標準正規分布に従う。

この検定統計量Zの値zは，$\hat{p}_{A1}$ の値が $\frac{715}{1500}$，$\hat{p}_{B1}$ の値が $\frac{650}{1500}$ のとき，

$$z = \frac{\frac{715}{1500} - \frac{650}{1500}}{\sqrt{0.455(1-0.455)\left(\frac{1}{1500} + \frac{1}{1500}\right)}} = 2.383\cdots$$

と求められるので，帰無仮説H_0が棄却され，景況感を良いとする比率において，製造業と非製造業の間に差があることが統計的に有意となる。

第8問 答案用紙 ＜3＞
（統　計　学）

問３

(1)

「E_1」か，「E_2またはE_3」のどちらかを選択する試行を考える。ここで，「E_1」の選択確率がp_1であり，「E_1」を選択したときに1を，「E_2またはE_3」を選択したときに0をとるベルヌーイ確率変数をS_i（$i=1$，…，n）とすると，確率変数Xは，

$$X=S_1+S_2+\cdots+S_n$$

と示される。これより，Xは，二項分布$B(n, p_1)$に従う。

(2)

$$n\{p_1+p_2-(p_1-p_2)^2\}$$

(3)

$$W=\frac{X-Y}{\sqrt{X+Y}}$$

第8問 答案用紙 ＜4＞
（統 計 学）

問４

（検定の詳細と結論）

製造業において，「良い」を選択する度数をX，「悪い」を選択する度数をY，「さほど良くない」を選択する度数をZとし，$X+Y+Z=1500$であるとする。さらに，母集団における「良い」の選択確率をp_1，「悪い」の選択確率をp_2，「さほど良くない」の選択確率をp_3とする。製造業において，景況感を良いとする比率と悪いとする比率に違いがあるかどうかを検定するためには，帰無仮説H_0と対立仮説H_1を，

$$H_0: p_1 = p_2, \qquad H_1: p_1 \neq p_2$$

と設定する。検定統計量として，

$$W = \frac{X - Y - E(X - Y)}{\sqrt{V(X - Y)}}$$

をもちいると，帰無仮説H_0のもとで，このWは近似的に標準正規分布に従う。このため，有意水準0.05における両側検定の棄却域は，$|W| \geqq 1.96$となる。ここで，検定統計量Zは，帰無仮説H_0のもとで，

$$W = \frac{X - Y}{\sqrt{X + Y}}$$

と示されるので，Xの値が715，Yの値が650のとき，Wの値wは，

$$w = \frac{715 - 650}{\sqrt{715 + 650}} = 1.759\cdots$$

と求められる。このため，帰無仮説H_0が採択され，製造業において，景況感を良いとする比率と悪いとする比率に統計的に有意な差は認められない。

第8問 答案用紙 ＜5＞
(統　計　学)

問題３

問１

ア	イ	ウ	エ	オ
0.971	17693915	17	19	5.077

問２

点推定値	信頼下限	信頼上限
177.9	0	672.6

問３　大きいといえる　　大きいといえない　（どちらか○で囲む）

(理由)

表5の推定結果より，自己資本のP値は0.000であり，自己資本の係数の値は統計的に有意であるが，一方，経常利益のP値は0.421であり，経常利益の係数の値は統計的に有意ではない。さらに，表4のデータをみると，自己資本の分散は，経常利益の分散よりもかなり大きいと捉えられる。これらのことより，推定された係数が，経常利益のほうが自己資本よりも大きいことを根拠に，自己資本よりも経常利益のほうが時価総額に対する影響が大きいとはいえないと考えられる。

【解答への道】

Ⅰ　合格ライン

問題 1

記述統計と単回帰分析の問題である。移動平均の計算のため，多量のデータを処理しなくてはならず，計算力を要する問題もあり，素点でみて６割程度の正答率が望まれる。

問題 2

二項分布と母比率の検定に関する問題である。素点でみて６割程度の正答率が望まれる。

問題 3

重回帰分析に関する問題である。回帰分析にもとづく予測といった計算力を要する問題もあり，素点でみて５～６割程度の正答率が望まれる。

全体として，第８問の合格ラインは，素点でみて６割程度と考えられる。

Ⅱ　答練との対応関係

問題 1

論文直前答練第３回　第１問 問題 1

問題 2

論文基礎答練第３回　第２問 問題 3　　論文応用答練第２回　第２問 問題 1

論文直前答練第２回　第２問 問題 2　　論文直前答練第４回　第２問 問題 1

論文式全国公開模試第１回　第８問 問題 3

問題 3

論文基礎答練第４回　第２問 問題 2　　論文直前答練第２回　第２問 問題 3

論文直前答練第３回　第２問 問題 2　　論文直前答練第４回　第２問 問題 2

論文式全国公開模試第１回　第８問 問題 2

問題 1

問 1　3月7日の5項移動平均の値 $\bar{X}_5$ は，

$$\bar{X}_5 = \frac{2045+2036+2020+1995+1998}{5} = 2018.8$$

と求められる。

問 2　算術平均（相加平均）は，外れ値の影響を受けやすいという性質がある。移動平均も算術平均の一種であるので，この性質をもつ。さらに、5項移動平均と10項移動平均の値の差は，

$$\frac{X_t+X_{t-1}+X_{t-2}+X_{t-3}+X_{t-4}}{5} - \frac{X_t+X_{t-1}+\cdots+X_{t-8}+X_{t-9}}{10}$$

$$= \frac{2\left(X_t+X_{t-1}+X_{t-2}+X_{t-3}+X_{t-4}\right)}{10} - \frac{X_t+X_{t-1}+\cdots+X_{t-8}+X_{t-9}}{10}$$

$$= \frac{X_t+X_{t-1}+X_{t-2}+X_{t-3}+X_{t-4}}{10} - \frac{X_{t-5}+X_{t-6}+X_{t-7}+X_{t-8}+X_{t-9}}{10}$$

と示される。これらのことを踏まえて，問題に与えられたデータをみると，3月20日の1929が最小値となっているが，3月28日において，この最小値が5項移動平均からはずれている。このことから，3月28日に，5項移動平均の値と10項移動平均の値が逆転していると見当をつけることができる。実際，3月27日を t 時点とすると，

$$\frac{X_t+X_{t-1}+X_{t-2}+X_{t-3}+X_{t-4}}{10} = \frac{1962+1955+1957+1963+1929}{10} = 976.6$$

$$\frac{X_{t-5}+X_{t-6}+X_{t-7}+X_{t-8}+X_{t-9}}{10} = \frac{1959+1937+1960+1948+2001}{10} = 980.5$$

と求められるので，5項移動平均と10項移動平均の値の差はマイナスとなり，5項移動平均よりも10項移動平均が上回っているが，3月28日を t 時点とすると，

$$\frac{X_t+X_{t-1}+X_{t-2}+X_{t-3}+X_{t-4}}{10} = \frac{1967+1962+1955+1957+1963}{10} = 980.4$$

$$\frac{X_{t-5}+X_{t-6}+X_{t-7}+X_{t-8}+X_{t-9}}{10} = \frac{1929+1959+1937+1960+1948}{10} = 973.3$$

と求められるので，5項移動平均と10項移動平均の値の差はプラスとなり，5項移動平均が10項移動平均を上回っている。このことより，5項移動平均と10項移動平均の値の大小が逆転して，ゴールデンクロスが起きている日は，3月28日となる。

問 3　(1)　6月30日のTOPIXの値は2289であるので，この値を使い，翌営業日である7月3日のTOPIXの値を予測すると，

$$6.23 + 0.9987 \times 2289 = 2292.2543 \fallingdotseq 2292.3$$

と求められる。

(2)　7月3日のTOPIXの値として，(1)で解答した2292.3をもちいると，

$$6.23 + 0.9987 \times 2292.3 = 2295.55001 \fallingdotseq 2295.6$$

と求められる。なお，7月3日のTOPIXの値として，四捨五入する前の2292.2543をもちいると，

$$6.23 + 0.9987 \times 2292.2543 = 2295.504369\cdots \fallingdotseq 2295.56$$

と求められるが，こちらも正解と思われる。

(3)　解答を参照のこと。

問題 2

問 1　製造業の業況判断指数（DI）の値は，

$$\text{製造業の業況判断指数の値}=100\times\left(\frac{715}{1500}-\frac{650}{1500}\right)=4.333\cdots\fallingdotseq 4.33\ (\%)$$

と求められる。また，非製造業の業況判断指数（DI）の値は，

$$\text{非製造業の業況判断指数の値}=100\times\left(\frac{650}{1500}-\frac{700}{1500}\right)=-3.333\cdots\fallingdotseq -3.33\ (\%)$$

と求められる。

問 2　解答を参照のこと。

問 3　(1)　解答を参照のこと。

(2)　確率変数Xは，二項分布$B(n,\ p_1)$に従うので，Xの期待値$E(X)$と分散$V(X)$は，それぞれ，

$$E(X)=np_1,\quad V(X)=np_1(1-p_1)$$

と示される。また，確率変数Yは，二項分布$B(n,\ p_2)$に従うので，Yの期待値$E(Y)$と分散$V(Y)$は，それぞれ，

$$E(Y)=np_2,\quad V(Y)=np_2(1-p_2)$$

と示される。さらに，XとYの共分散$\mathrm{Cov}(X,\ Y)$は，

$$\mathrm{Cov}(X,\ Y)=-np_1p_2$$

と問題にて与えられている。このとき，$X-Y$の分散$V(X-Y)$は，

$$\begin{aligned}
V(X-Y)&=E\{X-Y-E(X-Y)\}^2\\
&=E[\{X-E(X)\}-\{Y-E(Y)\}]^2\\
&=E[\{X-E(X)\}^2-2\{X-E(X)\}\{Y-E(Y)\}+\{Y-E(Y)\}^2]\\
&=E\{X-E(X)\}^2-2E\{X-E(X)\}\{Y-E(Y)\}+E\{Y-E(Y)\}^2\\
&=V(X)-2\mathrm{Cov}(X,\ Y)+V(Y)\\
&=np_1(1-p_1)-2\times(-np_1p_2)+np_2(1-p_2)\\
&=np_1-np_1^2+2np_1p_2+np_2-np_2^2\\
&=np_1+np_2-(np_1^2-2np_1p_2+np_2^2)\\
&=n\{p_1+p_2-(p_1-p_2)^2\}
\end{aligned}$$

と求められる。

(3)　$p_1=p_2$のとき，$E(X-Y)=E(X)-E(Y)=p_1-p_2=0$となる。さらに，$p_1=p_2=\dfrac{X+Y}{2n}$とすると，$V(X-Y)$は，

$$V(X-Y)=n\{p_1+p_2-(p_1-p_2)^2\}=n(p_1+p_2)=n\left(\frac{X+Y}{2n}+\frac{X+Y}{2n}\right)=n\times\frac{2X+2Y}{2n}=X+Y$$

と求められる。これらより，$X-Y$を標準化した確率変数Wは，

$$W=\frac{X-Y-E(X-Y)}{\sqrt{V(X-Y)}}=\frac{X-Y}{\sqrt{X+Y}}$$

と示される。

問 4　解答を参照のこと。

問題 3

問 1 　ア は，重決定R2の値の正の平方根より，$\sqrt{0.942}=0.9705\cdots\fallingdotseq0.971$と求められる。

イ は，合計の変動から残差の変動を引いて，18776692－1082777＝17693915と求められる。

ウ は，企業数（データの組数）20から，定数項と説明変数の数の合計3を引いて，20－3＝17と求められる。

エ は，回帰の自由度2と ウ で求めた残差17の自由度を足して，2＋17＝19と求められる。または，企業数（データの組数）20から1を引いて，20－1＝19と求められる。

オ は，自己資本の係数1.051を自己資本の標準偏差0.207で割ることで，1.051÷0.207＝5.0772…≒5.077と求められる。

問 2 　自己資本が100，経常利益が20のとき，企業の時価総額を点推定すると，

$$\text{企業の時価総額}=42.2+1.051\times100+1.532\times20=177.94$$

と求められる。さらに，このときの企業の時価総額の推定量をYとすると，α，β_1，β_2，σを既知としているので，

$$\frac{Y-177.94}{252.4}$$

は，標準正規分布に従う。このことより，

$$\Pr\left(-1.96<\frac{Y-177.94}{252.4}<1.96\right)=0.95$$

となるので，$-1.96<\dfrac{Y-177.94}{252.4}<1.96$を$Y$について解くことより，企業の時価総額$Y$の信頼係数0.95での区間推定は，

$$177.94-1.96\times252.4<Y<177.94+1.96\times252.4$$

より，

$$-316.764<Y<672.644$$

と求められる。ただし，推定区間の下限が負値となった場合，信頼下限を0とするという指示があるので，

$$\text{信頼下限}=0,\qquad\text{信頼上限}=672.6$$

となる。

問 3 　解答を参照のこと。